MATEMATIKA 10

UŽDAVINYNAS



MATEMATIKA 10

UŽDAVINYNAS

TEV

VILNIUS 2002

UDK 51(075.3)
Ma615

Lietuvos Respublikos švietimo ir mokslo ministerijos rekomenduota 2001 06 22 Nr. 185

Darbo vadovas *Valdas Vanagas*

Redaktoriai: *Juozas Mačys*, *Žydrūnė Stundžienė*

Programinė įranga: *Rolandas Jakštys*, *Tadeuš Šeibak*

Kompiuterinė grafika: *Daiva Sniečkutė*, *Edita Tatarinavičiūtė*

Teksto kompiuterinis rinkimas ir maketavimas *Nijolė Drazdauskienė*

Korektorė *Birutė Laurinskienė*

Gamybos vadovas *Algimantas Paškevičius*

Konsultantai: *Aleksandras Plikusas*, *Marytė Stričkienė*, *Elmundas Žalys*

Leidyklos TEV interneto svetainė www.tev.lt

ISBN 9955-491-00-0

TURINYS

LEIDĖJŲ ŽODIS

Šio uždavinyno tikslas — padėti mokytojams ir mokiniams dirbti pagal naująją programą ir naująjį vadovėlį „Matematika 10“. Uždavinyne yra 8 skyriai, atitinkantys vadovėlio turinį. Iš viso pateikta daugiau kaip 550 uždavinių. Sunkesni uždaviniai pažymėti žvaigždute. Uždaviniai, kurių numeriai pabraukti, skirti labiau besidomintiems matematika ir yra neprivalomi. Uždaviniai, kurių numeriai pabraukti ir dar pažymėti žvaigždute, turėtų susilaukti pačių stipriausių moksleivių dėmesio.
Ženkliuku pažymėtus uždavinius rekomenduojama spręsti skaičiuokliu.
Knygos gale pateikti visų uždavinių atsakymai.
Uždavinius parinko 10 klasės matematikos vadovėlio autoriai Irena Bagdonienė, Jolanta Knyvienė, Kazimieras Pulmonas, Juozas Šinkūnas.
Atsiliepimus ir pastabas prašome siųsti į leidyklą adresu:
Akademijos g. 4, LT-2600 Vilnius.

BIUDŽETAS. MOKESČIAI. DRAUDIMAS

1. Nacionalinio biudžeto metų pajamos buvo 9 274 618 tūkst. litų. Kokios buvo tų metų išlaidos, jeigu nacionalinis biudžetas buvo:
a) 124 628 tūkstančiais litų deficitinis; b) 37 184 tūkstančiais litų perteklinis?

2. Nacionalinio biudžeto metų išlaidos buvo S litų. Tarp kurių reikšmių (litais) galėjo būti šios išlaidos, jei suapvalintos iki:
- šimtų jos buvo 9 108 726 400 Lt;
- tūkstančių jos buvo 9 108 726 tūkst. Lt;
- dešimt tūkstančių jos buvo 9 108 730 tūkst. Lt;
- šimto tūkstančių jos buvo 9 108 700 tūkst. Lt;
- milijonų jos buvo 9 109 mln. Lt;
- dešimt milijonų jos buvo 9 110 mln. Lt?

Pavyzdys. Jeigu nacionalinio biudžeto išlaidos, suapvalintos iki dešimt milijonų buvo 9110 mln. Lt, tai jos galėjo patekti į intervalą:
$9\,105\,000\,000\,\text{Lt} \leqslant S \leqslant 9\,114\,999\,999\,\text{Lt}$.

---

3. Nacionalinio biudžeto išlaidos socialinei sferai per metus buvo 4 890 476 tūkst. Lt.
a) Kokiu tikslumu pateiktas šis duomuo?
b) Parašykite dvigubą nelygybę ir intervalą skaičiaus reikšmių, tarp kurių gali būti ši apytikslė išlaidų (litais) suma.
c) Suapvalinkite šį skaičių iki dešimt tūkstančių ir apskaičiuokite apytikslės reikšmės absoliučiąją ir santykinę paklaidas.
d) Suapvalinkite šį skaičių iki šimto tūkstančių ir apskaičiuokite gautos apytikslės reikšmės absoliučiąją ir santykinę paklaidas.

4. Nacionalinio biudžeto vienerių metų išlaidos švietimui sudarė 2 787 578 tūkst. Lt, valstybės biudžeto šių metų išlaidos švietimui buvo 883 711 tūkst. Lt, o savivaldybių biudžetų tų pačių metų išlaidos švietimui — 1 903 867 tūkst. Lt.
a) Šiuo pavyzdžiu įsitikinkite, kad nacionalinį biudžetą sudaro valstybės ir savivaldybių biudžetai.
b) Kiek procentų (dešimtosios tikslumu) nacionalinio biudžeto išlaidų švietimui sudarė valstybės biudžeto išlaidos švietimui; savivaldybių biudžetų išlaidos švietimui?
c) Kiek procentų (šimtosios tikslumu) savivaldybių biudžetų išlaidų švietimui sudarė išlaidos bendrojo lavinimo ir profesinėms mokykloms, jeigu jos šiems metams buvo 1 304 209 tūkst. Lt?
d) Kiek litų (tūkstančio tikslumu) per metus sudarė išlaidos aukštosioms mokykloms, jeigu jos buvo 53,694% valstybės biudžeto išlaidų švietimui? Kiek procentų (tūkstantosios tikslumu) nacionalinio biudžeto išlaidų švietimui per metus sudarė išlaidos aukštosioms mokykloms?

e) Kiek litų (tūkstančio tikslumu) iš nacionalinio biudžeto per metus buvo skirta ikimokykliniam ugdymui, jeigu tai sudarė 0,119% vastybės biudžeto išlaidų švietimui ir 21,088% savivaldybių biudžetų išlaidų švietimui?

5. IŠLAIDOS SVEIKATINGUMUI (SPORTUI), REKREACIJAI, KULTŪRAI per metus

	Biudžetai					
	Nacionalinis		Valstybės		Savivaldybių	
	tūkst. Lt	%	tūkst. Lt	%	tūkst. Lt	%
Iš viso:	395 683	100,000	230 879	100,000	164 804	100,000
Sveikatingumo ir sporto priemonės	45 824		23 410			
Kultūros įstaigos	280 932				136 449	
Viešosios informacijos institucijos		10,040				0,051
Religijų ir visuomeninių organizacijų rėmimas		3,780		5,339		
Centrinių ir savivaldybių institucijų išlaikymas			7377			1,958
Socialinė ekonominė programa				1,576	—	

a) Remdamiesi lentelės duomenimis įsitikinkite, kad nacionalinio biudžeto metų visas išlaidas sudaro valstybės biudžeto ir savivaldybių biudžetų išlaidų suma per metus.

b) Užpildykite lentelę, išlaidų pinigines sumas suapvalinę tūkstančio tikslumu, o procentų — tūkstantosios tikslumu.

*c) Nubraižykite nacionalinio biudžeto išlaidų sveikatingumui (sportui), rekreacijai, kultūrai sandaros skritulinę diagramą.

6. Per metus surinkta 4 043 485 tūkst. Lt socialinio draudimo (SODROS) įmokų, o tai sudarė 97,214% valstybinio socialinio draudimo fondo biudžeto pajamų.

a) Kokios valstybinio socialinio draudimo fondo biudžeto pajamos (tūkstančio tikslumu) per metus?

b) Kiek tūkstančių litų valstybinio socialinio draudimo fondo biudžeto pajamų per metus sudarė kitos pajamos (baudos ir delspinigiai, veiklos pajamos, valstybės biudžeto asignavimai ir kt.)?

7. NACIONALINIO BIUDŽETO MOKESTINĖS PAJAMOS per metus

Iš jų:	tūkst. Lt	%
Fizinių asmenų pajamų mokestis	2 421 738	
Juridinių asmenų pelno mokestis	580 234	
Žemės mokestis	15 046	
Žemės nuomos mokestis	50 070	
Nekilnojamojo turto mokestis	169 199	
Turto dovanojimo ir paveldėjimo mokesčiai	699	
Pridėtosios vertės mokestis (PVM)	3 612 132	
Akcizai	1 340 183	
Tarptautinės prekybos ir sandorių mokesčiai	245 423	
Kiti mokesčiai (žyminis, konsulinis, prekyviečių)	231 566	
Iš viso:		

a) Apskaičiuokite nacionalinio biudžeto mokestinių pajamų per metus sumą.

b) Užpildykite lentelę, procentus skaičiuodami tūkstantosios tikslumu.

8. Pramonės, statybos ir visų rūšių paslaugų įmonės moka kelių mokestį lygų 0,5% gautų pajamų už parduotą produkciją. Kiek litų kelių mokesčio reikia mokėti įmonei, jeigu jos per savaitę gautos pajamos yra:
a) 385 000 Lt; b) 125 000 Lt?

9. Mokesčio už aplinkos teršimą įkainiai atskiroms degalų rūšims už toną yra: 21 Lt benzinui, 22 Lt dyzeliniam kurui, 20 Lt suskystintosioms naftos dujoms, 16 Lt suslėgtosioms gamtinėms dujoms. Apskaičiuokite, koks bus mokestis už aplinkos teršimą už įsigyjamus 60 kg:
a) benzino
b) dyzelinio kuro
c) suslėgtųjų gamtinių dujų
d) suskystintųjų naftos dujų

10. Prekyviečių mokestis priklausomai nuo miesto ir vietovės yra 1–6 Lt už 1 m^2 per mėnesį. Nuo kiek iki kiek litų sumokama prekyviečių mokesčio per pusę metų Lietuvoje už turgavietę, kurios plotas yra:
a) 20 arų; b) 0,35 hektaro?

11. Įvežant užsienyje pirktą automobilį, kuris muitinėje įvertinamas K litų suma, reikia mokėti M litų muito mokestį, kuris apskaičiuojamas pagal formulę:

$$M(t) = \begin{cases} 0, & \text{jeigu } t < 7, \\ 5\% \text{ sumos } K, & \text{jeigu } 7 \leqslant t \leqslant 10, \\ 10\% \text{ sumos } K, & \text{jeigu } t > 10; \end{cases}$$

čia t — automobilio amžius metais.

Koks muito mokestis už:
a) 5 metų automobilį, įvertintą 15 000 Lt;
b) 8 metų automobilį, įvertintą 9000 Lt;
c) 10 metų automobilį, įvertintą 7500 Lt;
d) 12 metų automobilį, įvertintą 5000 Lt?

12. Už kavos siuntą, įvertintą 25 000 litų suma, reikia mokėti 2500 litų akcizą.
a) Koks kavos siuntos akcizas procentais?
b) Kiek litų akcizo reikės sumokėti už kavos siuntą, įvertintą 30 550 Lt; 72 030 Lt suma?
c) Kavos ir šokolado akcizai (procentais) yra vienodi. Kiek litų akcizo reikės sumokėti už šokolado gaminius, įvertintus 45 000 Lt; 32 000 Lt?

13. Akcizo mokestis ne senesniems kaip 5 metų ypač prabangiems automobiliams yra 15% automobilio kainos, viršijančios 60 tūkst. litų. Kokia automobilio kaina, jeigu kartu su akcizu už jį sumokėta:
a) 94 500 Lt; b) 88 750 Lt?

14. Akcizas šampanui ir putojančiam vynui yra 0,25 Lt už 1 procentą tūrinės alkoholio koncentracijos litre gėrimo. Koks akcizas už 3000 dekalitrų:
a) 10,5% tūrinės alkoholio koncentracijos šampano;
b) 7,5% tūrinės alkoholio koncentracijos putojančio vyno;
c) 9,5% tūrinės alkoholio koncentracijos putojančio vyno?

Pavyzdys. c) 3000 dekalitrų 9,5% tūrinės alkoholio koncentracijos putojančio vyno akcizas yra $0{,}25 \cdot 9{,}5 \cdot 3000 \cdot 10 = 71\,250$ (Lt).

---

15. Miško žemės hektaro bazinė kaina yra 3000 Lt. Atsižvelgiant į vyraujančias medžių rūšis, bazinė kaina dauginama iš tokių koeficientų: 5,0 — ąžuolynams ir uosynams, 4,0 — pušynams, 3,5 — eglynams, 2,0 — beržynams ir juodalksnynams, 1,5 — drebulynams, 0,5–1,0 — kitiems miškams. Kokia žemės kaina už 2,4 ha:
a) pušyno; b) drebulyno; c) uosyno; d) eglyno?

16. Draudžiant automobilį jo vertė nustatoma naujo automobilio kainą sumažinus nusidėvėjimo procentu: po vienerių eksploatavimo metų — 30%, po dvejų — 38%, po trejų — 46%, po ketverių — 54%, po penkerių — 67%, po šešerių — 80%, po septynerių ir daugiau metų — 85%.
Pagal žemiau pateiktos lentelės duomenis nustatykite automobilio:
a) „Opel Combo“, kurio variklio galingumas 60 AJ, o darbinis tūris 1,5 tūkst. cm^3;
b) „Opel“, kurio variklio galingumas 125 AJ, o darbinis tūris 2,4 tūkst. cm^3;
c) „Opel Omega“, kurio variklio galingumas 154 kW, o darbinis tūris 3,0 tūkst. cm^3;
d) BMW, kurio variklio galingumas 142 kW, o darbinis tūris 2,5 tūkst. cm^3,
vertę po trejų; po penkerių; po septynerių; po dešimties eksploatavimo metų.

AUTOMOBILIŲ KAINOS PAGAL MARKES IR MODELIUS

Automobilio markė ir modelis	Variklio			Naujo automobilio vidutinė rinkos kaina (litais)
	galingumas		darbinis tūris (tūkst. cm^3)	
	AJ	kW		
1. Opel				
1.1. Opel markės automobiliai pagal modelius ir šių modelių variklių pagrindines charakteristikas				
1.1.1. Corsa	54–60	40–44	1,0–1,4	37 821
1.1.2. Combo	60	44	1,4–1,7	40 212
1.1.3. Vectra	100	73	1,6	59 473
1.1.4. Tigra	90	66	1,4	66 037
1.1.5. Frontera	115–136	85–100	2,0–2,5	89 486
1.1.6. Omega	210	154	3,0	129 204
1.2. Opel markės automobiliai pagal šios markės variklio pagrindines charakteristikas				
1.2.1. Opel	54–60	40–44	1,2–1,7	39 350
1.2.2. Opel	61–100	45–73	1,4–1,6	61 489
1.2.3. Opel	101–136	74–100	2,0–2,5	82 445
1.2.4. Opel	137–210	101–154	3,0	129 850
2. BMW				
2.1. BMW markės automobiliai pagal modelius ir šių modelių variklių pagrindines charakteristikas				
2.1.1. 3 serija	90–115	66–85	1,6–1,8	111 283
	118–150	68–110	1,8–2,5	128 298
	170–193	125–142	2,3–2,8	146 689

17. Deklaruojant turtą, reikia mokėti apskaičiuoti turto vertę. Pavyzdžiui, buto vertė apskaičiuojama taip: pradinė 1 m^2 kaina nustatoma pagal specialias lenteles (priklausomai nuo namo tipo) ir dauginama iš vietovės pataisos koeficiento (miestuose — didesnių, kaimuose — mažesnių, Vilniuje — didžiausių). Gautą skaičių padauginę iš buto ploto sužinome jo pradinę kainą. Toliau už nusidėvėjimą kaina yra mažinama pagal nustatytą formulę tam tikrą skaičių procentų kasmet. Žinodami prieš kiek metų buvo pastatytas namas, galime surasti likutinę buto vertę. Apskaičiuokite likutinę vertę:

a) dviejų kambarių 49,5 m^2 bendrojo ploto buto monolitiniame name, jeigu pradinė 1 m^2 kaina buvo 1660 Lt, vietovės pataisos koeficientas 1,35, namas pastatytas prieš 12 metų, o monolitinių butų kaina mažinama kasmet po 0,7 paprastųjų procentų;

b) keturių kambarių 89,2 m^2 bendrojo ploto buto mūriniame name, jeigu pradinė 1 m^2 kaina buvo 1609 Lt, vietovės pataisos koeficientas 0,65, namas pastatytas prieš 20 metų, o daugiabučio mūrinio namo kaina mažinama kasmet po 0,8 paprastųjų procentų;

c) trijų kambarių 72 m^2 bendrojo ploto buto blokiniame name, jeigu pradinė 1 m^2 kaina buvo 1398 Lt, vietovės pataisos koeficientas 1,20, namas pastatytas prieš 15 metų, stambiaplokščių butų kaina mažinama kasmet po 0,8 paprastųjų procentų?

Pavyzdys. c) Pradinė buto kaina buvo $1398 \cdot 72 = 100\,656$ litai, o buto vertė atsižvelgus į vietovės pataisos koeficientą buvo $100\,656 \cdot 1{,}20 = 120\,787{,}2$ lito. Kadangi namas pastatytas prieš 15 metų, o kainos kasmetinis sumažinimo procentas — 0,8, tai buto pradinė vertė mažinama iš viso $0{,}8 \cdot 15 = 12(\%)$, todėl ji yra $120\,787{,}2 \cdot 0{,}88 = 106\,292{,}73$ (Lt).
Atsakymas. Buto vertė 106 292,73 Lt.

---

18. Apdrausdamas savo automobilį nuo avarijos vairuotojas sumokėjo 168 Lt, o tai sudarė 4,2% draudimo sumos. Po avarijos automobilio remontas kainavo:
a) 3990 Lt; b) 4005 Lt.
Ar užteko iš draudimo kompanijos gautos visos draudimo sumos remonto išlaidoms padengti?

19. Miesto gyventojas apdraudė nuo vagystės tam tikra draudimo suma namų turtą, sumokėjęs 1,25% draudimo sumos, ir du kartus mažesne suma turtą sodo namelyje, sumokėjęs 1,85% draudimo sumos. Turto draudimo gyvenamoje vietoje įmoka buvo didesnė už turto draudimo sodo namelyje įmoką:
a) 97,5 Lt; b) 162,5 Lt.
1) Kokia suma miesto gyventojas apdraudė savo turtą sodo namelyje?
2) Kiek iš viso kainavo šis draudimas gyventojui?

20. Draudžiant metams nuo gaisro mūrinį gyvenamąjį namą 80 000 Lt sumai sumokėta 116 Lt, o draudžiant medinį gyvenamąjį namą tai pačiai sumai sumokėta 148 Lt.
a) Kiek procentų draudimo sumos reikėjo mokėti draudžiant mūrinį gyvenamąjį namą ir kiek — draudžiant medinį?
b) Kiek būtų kainavęs šio mūrinio gyvenamojo namo draudimas tuo pačiu tarifu 125 000 Lt sumai?
c) Kiek būtų kainavęs šio medinio gyvenamojo namo draudimas tuo pačiu tarifu 75 000 Lt sumai?

21. TRANSPORTO PRIEMONIŲ SAVININKŲ CIVILINĖS ATSAKOMYBĖS DRAUDIMAS VIENERIEMS METAMS
Lengvieji automobiliai

Draudimo suma, Lt	10 000	15 000	20 000	25 000	30 000	40 000	50 000	100 000
Įmoka turtinei žalai, Lt	250	290	330	360	390	440	490	1240
Įmoka asmens žalai, Lt	30	50	60	80	100	120	160	400

Nuolaidos taikomos draudžiantis vieneriems metams kelis kartus iš eilės. Pavyzdžiui, draudžiantis iš eilės antrus metus taikoma 5%, trečius metus — 10%, ketvirtus metus — 15%, penktus metus — 20%, šeštus metus ir t. t. — 25% nuolaida.

Kiek kainuoja draudimas 40 000 Lt sumai:
a) turtinei žalai atlyginti draudžiantis pirmus; ketvirtus metus;
b) asmens žalai atlyginti draudžiantis antrus; septintus metus?

22. TURTO DRAUDIMAS NUO GAISRO VIENERIEMS METAMS

Fizinių asmenų nekilnojamas turtas	Tarifas, %
Mūriniai gyvenamieji namai	0,150
Mediniai gyvenamieji namai	0,195
Butai daugiabučiuose	0,110
Kotedžai	0,130
Sodo namai, vilos (mūriniai)	0,275
Sodo namai, sodybos (mediniai)	0,450

Fizinių asmenų kilnojamas turtas (namų turtas)		
Draudimo suma:	iki 10 000 Lt	50 Lt
	10 000–30 000 Lt	0,5%
	30 001–80 000 Lt	0,35%
	80 001–150 000 Lt	0,3%
	virš 150 000 Lt	0,2%

Nuolaidos taikomos iki 50%, priklausomai nuo apsaugos, gyvenamosios vietovės, namo rūšies, jeigu draudžiama ne pirmus metus iš eilės ir kitų faktorių.

Remdamiesi lentelės duomenimis, apskaičiuokite, kiek kainuoja:
a) sodo medinio namo draudimas 25 000 Lt sumai su 18% nuolaida;
b) buto daugiabučiame name draudimas 60 000 Lt sumai su 35% nuolaida;
c) namų turto draudimas 9500 Lt sumai su 15% nuolaida;
d) namų turto draudimas 60 000 Lt sumai su 25% nuolaida;
e) namų turto draudimas 175 000 Lt sumai su 33% nuolaida.

23. LENGVŲJŲ AUTOMOBILIŲ DRAUDIMAS VIENERIEMS METAMS

	Autoįvykis	Stichinė nelaimė	Trečiųjų asmenų tyčinė veika	Vagystė
Draudimo įmokos intervalas draudimo sumai, %	3–6,4	0,5–1,2	0,7–1,5	1,8–2,8

Draudimo tarifas priklauso nuo automobilio amžiaus, nuo vairuotojo stažo ir amžiaus.

Pagal lentelės duomenis apskaičiuokite, nuo kiek iki kiek litų kainuoja lengvojo automobilio draudimas metams 25 000 Lt sumai:
a) avarijos;
b) stichinės nelaimės;
c) trečiųjų asmenų tyčinės veikos;
d) vagystės atveju.

24. Asmens draudimo įmokos mirties, traumos ir invalidumo atveju sudaro 0,7% draudimo sumos, jeigu draudžiamojo amžius yra 1–16 metų ir 0,9%–3,2% draudimo sumos, jeigu draudžiamojo amžius yra 17–70 metų. Visais atvejais taikomos nuo 10% iki 45% nuolaidos.

a) Kokia gali būti draudimo įmoka penkiolikamečiui, jam draudžiantis 25 000 Lt sumai?

b) Kokia gali būti draudimo įmoka šešiolikamečiui, jam draudžiantis 30 000 Lt sumai?

c) Kokia gali būti draudimo įmoka suaugusiam žmogui, jam draudžiantis 25 000 Lt sumai; 30 000 Lt sumai?

25. ASMENS DRAUDIMAS VIENERIEMS METAMS

Draudimo sąlygos	Apdraustojo amžius (metais)	Įmoka nuo draudimo sumos (procentais)
Draudimas invalidumo atvejui	1–16 17–70	0,12% 0,12%–0,25%
Draudimas mirties atvejui	1–16 17–70	0,15% 0,15%–0,4%
Draudimas traumos atvejui	1–16 17–70	0,5% 0,6%–2,2%
Draudimas mirties ir invalidumo atvejui	1–16 17–70	0,26% 0,26%–0,65%
Draudimas mirties ir traumos atvejui	1–16 17–70	0,6% 0,7%–2,6%
Draudimas mirties, traumos ir invalidumo atvejui	1–16 17–70	0,7% 0,9%–3,2%

Draudžiant trumpesniam laikotarpiui negu vieneri metai, draudimo įmoka mažinama proporcingai.

Remdamiesi lentelės duomenimis, apskaičiuokite:

a) kiek procentų (tūkstantosios tikslumu) pigiau kainuoja vaiko draudimas ta pačia suma nuo mirties, traumos ir invalidumo atvejų kartu, palyginus su kaina, kurią tektų sumokėti draudžiant visiems trims šiems atvejams atskirai;

b) kiek procentų brangiau kainuoja vaiko draudimas ta pačia suma nuo mirties, traumos ir invalidumo atvejų atskirai, palyginus su kaina, kai visiems 3 atvejams draudžiama kartu;

c) nuo kiek iki kiek litų kainuoja suaugusio žmogaus draudimas be nuolaidų A litų suma nuo traumos ir mirties atvejų kartu ir šiems atvejams atskirai;

d) nuo kiek iki kiek litų kainuoja suaugusio žmogaus draudimas be nuolaidų A litų suma nuo mirties, traumos ir invalidumo atvejų kartu ir šiems atvejams atskirai.

1. SUDĖTINIAI PROCENTAI

1. Bankas moka 6% metinių sudėtinių palūkanų ir skaičiuoja jas kas metai. Į banką padėta 15 000 Lt. Kiek pinigų bus sąskaitoje po:
a) 4 metų; b) 6 metų?

2. Bankas moka 7,5% metinių sudėtinių palūkanų ir skaičiuoja jas kas metai. Kokią sumą reikia padėti į banką, kad po 4 metų sąskaitoje būtų:
a) 50 000 Lt; b) 60 000 Lt?

3. Bankas moka 5% metinių sudėtinių palūkanų. Kokią sumą reikia padėti į banką, kad po 5 metų būtų priaugę:
a) 500 Lt palūkanų; b) 555 Lt palūkanų?

4. Jonaitis į banką padėjo 10 000 Lt ketveriems metams. Bankas moka 6% metinių sudėtinių palūkanų. Už kokią paprastųjų palūkanų normą (tūkstantosios tikslumu) tam pačiam laikotarpiui Jonaitis turėtų paskolinti šią sumą kaimynui, kad gautų tiek pat palūkanų?

5. Petraitis paskolino verslininkui 50 000 Lt ketveriems metams. Abu sutarė 12% metinių paprastųjų palūkanų. Kiek procentų (tūkstantosios tikslumu) metinių sudėtinių palūkanų turėtų mokėti bankas, kad Petraitis už tą pačią sumą per tą patį laikotarpį gautų tiek pat palūkanų, kaip ir už paskolą verslininkui?

6. Antanaitis turi 15 000 Lt laisvų pinigų. Kaip naudingiausia paskolinti juos:
verslininkui A, sutinkančiam mokėti 0,8% mėnesinių paprastųjų palūkanų;
verslininkui B, sutinkančiam mokėti 10% metinių paprastųjų palūkanų;
verslininkui C, sutinkančiam mokėti 8% metinių sudėtinių palūkanų.
Išspręskite šį uždavinį, kai skolinama trejiems; septyneriems metams. Kiek Antanaitis „uždirbs“ iš paskolos kiekvienu atveju?

7. Apskaičiuokite, kokia suma susidarys banke po 4 metų, jeigu šiandien į banką padėsite 500 Lt, po metų — dar 600 Lt, o po dvejų — dar 700 Lt. Banko metinės sudėtinės palūkanos yra:
a) 5%; b) 6%.

8. Į banką, kuris skaičiuoja 5% metinių sudėtinių palūkanų, metų pradžioje padėta 20 000 Lt. Po vienerių metų ir kiekvienų kitų metų pradžioje indėlio turėtojas pasiima iš banko vis 20% sąskaitos sumos. Kiek pinigų bus likę sąskaitoje po:
a) 2 metų; b) 3 metų; c) 4 metų?

9. Į banką padėta 8000 Lt. Kiek pinigų bus sąskaitoje po dvejų metų, jei bankas moka 6% metinių sudėtinių palūkanų ir skaičiuoja jas kas:
a) pusę metų; b) keturis mėnesius?

10. Kokią sumą reikia padėti į banką, kad po 3 metų sąskaitoje būtų 75 000 Lt, jei bankas moka 8% metinių sudėtinių palūkanų ir skaičiuoja jas kas:
a) ketvirtį; b) keturis mėnesius?

11. Bankas moka indėlininkams 6% metinių sudėtinių palūkanų ir skaičiuoja jas kas:
a) ketvirtį; b) du mėnesius; c) keturis mėnesius.
Kokia šiais atvejais būtų metinių *paprastųjų* palūkanų norma (tūkstantosios tikslumu)?

Pavyzdys. c) Per metus banke palūkanos bus skaičiuojamos $12 : 4 = 3$ kartus po $6 : 3 = 2$ procentus. Jeigu indėlis yra a Lt, tai po metų jis bus $a \cdot (1{,}02)^3 = a \cdot 1{,}061208$ (Lt). Taigi a litų indėlis per metus padidės $a \cdot 1{,}061208 - a = a \cdot 0{,}061208$ (Lt), t. y. apytiksliai 6,121%.
Atsakymas. Paprastųjų palūkanų norma būtų 6,121%.

---

12. Bankas moka 9% metinių sudėtinių palūkanų ir skaičiuoja jas kas 4 mėnesius. Kokia suma susidarys po 2 metų, jei į banką buvo padėta:
a) 80 000 Lt; b) 90 000 Lt?
Kokia šiais atvejais būtų metinių paprastųjų palūkanų norma?

13. Po trejų metų Agnė gaus 25 000 Lt palikimą, kuris padėtas banke. Kokia šio palikimo dabartinė suma, jeigu banko sudėtinės palūkanos yra 8%, o jos skaičiuojamos kas:
a) ketvirtį; b) pusmetį?

14. Ūkininkas planuoja turimus laisvus pinigus penkeriems metams padėti į banką, kuris moka 10% metinių sudėtinių palūkanų ir skaičiuoja jas kas pusmetį. Pažįstamas verslininkas siūlo šiuos pinigus paskolinti jam — po penkerių metų jis paskolą grąžins ir sumokės 12,5% metinių paprastųjų palūkanų. Kuris variantas ūkininkui naudingesnis?

15. Bankas už pirmus du metus skaičiuoja 6% metinių sudėtinių palūkanų, o už kitus — 7% metinių sudėtinių palūkanų. Į šį banką šiandien padėta 10 000 Lt. Kokia suma bus sąskaitoje po:
a) 2 metų; b) 3 metų; c) 4 metų; d) 5 metų?

16*. Bankas už pirmus du metus moka 5% sudėtinių palūkanų ir skaičiuoja jas kas metai, už kitus dvejus metus — 6% sudėtinių palūkanų ir skaičiuoja jas kas pusmetį, o toliau — 8% sudėtinių palūkanų ir skaičiuoja jas kas ketvirtį. Į šį banką šiandien padėta 8000 Lt. Kokia suma bus sąskaitoje po:
a) 2 metų; b) 3 metų; c) 4 metų; d) 5 metų; e) 5,5 metų?

17. 8000 Lt paskola turi būti grąžinta lygiomis dalimis per 5 metus su kasmetinėmis 8% palūkanomis. Kiek bus sumokėta palūkanų už paskolą, jei palūkanos yra:
a) mažėjančios; b) pastoviosios?

18. 8000 Lt paskola turi būti grąžinta lygiomis dalimis per 4 metus su kasmetinėmis 8% mažėjančiomis palūkanomis. Kokios turėtų būti metinės pastoviosios palūkanos už šią paskolą, kad būtų sumokėta tiek pat palūkanų?

19. 9000 Lt paskola turi būti grąžinta lygiomis dalimis per 6 metus su kasmetinėmis 8% pastoviosiomis palūkanomis. Kokios turėtų būti metinės sudėtinės palūkanos už šią paskolą, kad būtų sumokėta tiek pat palūkanų?

20. Lentelėje pateiktas paskolos grąžinimo planas:

Mokėjimai (pusmečiais)	Skolos likutis (Lt)	Palūkanos (Lt)	Grąžinimo suma (Lt)	Įmoka (Lt)
1	6000	360	1500	1860
2	4500	270	1500	1770
3	3000	180	1500	1680
4	1500	90	1500	1590
Iš viso:	—			

a) Kokia paskolos suma?
b) Keleriems metams gauta paskola?
c) Kiek litų palūkanų sumokėta už paskolą?
d) Kokia paskolos palūkanų norma?
e) Sudarykite šios paskolos grąžinimo lygiomis dalimis per tą patį laikotarpį su ta pačia, tik pastoviųjų palūkanų norma, planą.

21. Lentelėje pateiktas paskolos grąžinimo planas:

Mokėjimai (ketvirčiais)	Skolos likutis (Lt)	Palūkanos (Lt)	Grąžinimo suma (Lt)	Įmoka (Lt)
1	4000	100	800	900
2	3200	100	800	900
3	2400	100	800	900
4	1600	100	800	900
5	800	100	800	900
Iš viso:	—			

a) Kokia paskolos suma?
b) Kuriam laikotarpiui gauta paskola?
c) Kiek litų palūkanų sumokėta už paskolą?
d) Kokia paskolos palūkanų norma?
e) Sudarykite šios paskolos grąžinimo lygiomis dalimis per tą patį laikotarpį su ta pačia, tik mažėjančiųjų palūkanų norma, planą.

22. Tris kartus po 7,5% sumažinus prekės kainą, ji dabar kainuoja:
a) 118,72 Lt; b) 158,29 Lt.
Kokia buvo pradinė prekės kaina?

23*. Keletą kartų po 5% atpiginus prekę, jos kaina sumažėjo nuo 200 Lt iki:
a) 162,9 Lt; b) 147,02 Lt.
Kiek kartų buvo atpiginama prekė?

24. Keturis kartus po tiek pat procentų atpiginus prekę, jos kaina krito nuo 250 Lt iki:
a) 195,19 Lt; b) 179,1 Lt; c) 187,01 Lt.
Po kiek procentų (vieneto tikslumu) kiekvieną kartą atpigo prekė?

Pavyzdys. c) Sakykime, kad kiekvieną kartą prekė atpigo $p\%$. Pagal sąlygą:
$250 \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)^4 = 187{,}01$; $\left(1 - \frac{p}{100}\right)^4 = 0{,}74804$;
$\left(1 - \frac{p}{100}\right)^2 = \sqrt{0{,}74804}$; $\left(1 - \frac{p}{100}\right)^2 \approx 0{,}864893$;
$1 - \frac{p}{100} \approx 0{,}929996$; $\frac{p}{100} \approx 0{,}07\%$; $p \approx 7\%$.

25. Jonaičių šeima loterijoje išlošė 15 000 Lt. Kultūrinėms reikmėms šeima nusprendė kas mėnesį panaudoti 2% likutinės laimėjimo sumos. Kiek litų šeima galės panaudoti kultūrinėms reikmėms:
a) trečią; b) šeštą; c) aštuntą; d) dešimtą mėnesį?

26. Videoaparatūra buvo pirkta už 1500 Lt. Per pirmus metus ji nuvertėjo 15% aparatūros vertės metų pradžioje, o per kiekvienus kitus po:
a) 9%; b) 11%.
Kokia buvo videoaparatūros vertė po 10 metų?

27. 50 tūkst. miesto gyventojų skaičius du metus kasmet mažėjo po 2%, o dar tris metus kasmet mažėjo po 3%.
a) Kiek gyventojų (šimto tikslumu) gyveno šiame mieste po 5 metų?
b) Kiek procentų (vieneto tikslumu) sumažėjo miesto gyventojų skaičius per 5 metus?

28. Prekė atpigo du kartus po:
a) 8%; b) 16%.
Po kiek vienodą skaičių procentų du kartus turi pabrangti prekė, kad jos kaina būtų lygi pradinei kainai?

29. Prekė pabrango du kartus po:
a) 10%; b) 12%.
Po kiek vienodą skaičių procentų du kartus turi atpigti prekė, kad jos kaina būtų lygi pradinei kainai?

30. a) Prekė atpigo tris kartus iš eilės po 4%, po to pabrango du kartus iš eilės po 6%. Kaip ir kiek procentų pakito prekės dabartinė kaina palyginus su pradine kaina?
b) Prekė pabrango tris kartus iš eilės po 5%, po to atpigo du kartus iš eilės po 7,5%. Kaip ir kiek procentų pakito prekės dabartinė kaina palyginus su pradine kaina?

31*. Kiek mažiausiai kartų po:
a) 8,5%; b) 7,5%; c) 7%; d) 5%
reikia sumažinti prekės kainą, kad ji atpigtų ne mažiau kaip perpus?

Pavyzdys. d) Jeigu prekės pradinė kaina A, tai pagal sąlygą:
$A\left(1 - \frac{5}{100}\right)^n \leqslant \frac{A}{2}$; $0{,}95^n \leqslant 0{,}5$; $n \geqslant 14$; 14 kartų.
Pastaba. Nelygybę spręskite skaičiuokliu.

32. Keturis kartus po tiek pat procentų sumažėjus teršalų kiekiui, jų kubiniame metre vandens sumažėjo nuo 8 g iki:
a) 0,5 g; b) $1\frac{47}{81}$ g.
Po kiek procentų sumažėjo vandens tarša?

33. Du kartus po tiek pat procentų sumažinus prekės kainą ji atpigo:
a) perpus; b) trečdaliu; c) ketvirtadaliu; d) penktadaliu.
Keliais procentais (šimtosios tikslumu) kiekvieną kartą atpigo prekė?

34. Du kartus po 50% sumažinus vasarojaus plotą, jis buvo lygus:
a) 4 ha; b) 9 ha.
Koks buvo vasarojaus plotas iš pradžių ir kiek procentų jis sumažėjo?

35. Tris kartus po 60% sutrumpinus kubo briauną, kubo tūris tapo lygus:
a) 27 cm^3; b) 8 cm^3.
Kokio ilgio buvo kubo briauna iš pradžių ir kiek procentų (šimtosios tikslumu) sumažėjo kubo tūris?

36. Automobilis pirktas už 50 000 Lt. Per kiekvienerius metus automobilis praranda vis 12% metų pradžios savo vertės. Kokia bus automobilio vertė po:
a) dvejų; b) trejų; c) ketverių; d) penkerių metų?

37. Už 40 000 Lt pirkto automobilio vertė po dvejų metų buvo 28 900 Lt. Po kiek procentų kasmet sumažėjo automobilio vertė, jeigu žinoma, kad ji kasmet mažėjo tuo pačiu procentu?

38. Muzikinio centro nuvertėjimas per metus sudarė vis 10% metų pradžios jo vertės. Kokia buvo muzikinio centro vertė jį įsigyjant, jeigu po penkerių metų muzikinio centro vertė buvo:
a) 1180,98 Lt; b) 1062,88 Lt?

39. Skalbimo mašinos nuvertėjimas per metus sudarė vis po 15% metų pradžios jos vertės. Po kelerių metų skalbimo mašinos, įsigytos už 1500 Lt, vertė buvo:
a) 921,19 Lt; b) 783,01 Lt?

40. Automobilio pradinė vertė 40 000 Lt. Per kiekvienerius metus automobilis praranda vis 14% metų pradžios savo vertės. Po kelerių (pilnų) metų automobilio vertė bus mažesnė už:
a) 75%; b) 60%; c) 50%; d) 40% pradinės automobilio vertės?

41. Tam tikros rūšies vabzdžių skaičius kasmet padidėja vidutiniškai 3 kartus. Kiek kartų padidės vabzdžių skaičius per:
a) dvejus; b) trejus; c) ketverius; d) penkerius metus?

42. Miško sklype medienos prieaugis per metus sudaro 8%. Medienos kiekis sklype dabar apytiksliai lygus $3{,}50 \cdot 10^4$ m^3. Kiek medienos sklype:
a) buvo prieš 4 metus; b) bus po 4 metų?

43. Darbininko atlyginimas nuo liepos mėnesio iki metų pabaigos kas mėnesį didėjo po:
a) 3%; b) 4%.
Rugsėjo mėnesį darbininkas uždirbo 850 Lt. Kiek uždirbo darbininkas liepos; gruodžio mėnesį?

44. Įmonė prieš 4 metus išleido akcijų 100 000 litų sumai. Kasmet įmonė akcijų išleidimą didina vis 1,3 karto, bet negali išleisti per metus akcijų didesnei nei 400 000 litų sumai.
a) Kokiai sumai išleista akcijų šiemet?
b) Kiek metų įmonė dar gali leisti akcijas pagal šią tvarką?

45. Gaminamos produkcijos poreikis mieste kasmet padidėja 20% pradinio jos kiekio, o šalyje — vis 1,2 karto. Pradinis produkcijos poreikis prieš vienerius metus mieste ir šalyje buvo po 50 000 vienetų. Koks bus šios produkcijos poreikis mieste ir koks šalyje po vienerių metų?

46. Tam tikros prekės gamybos dviejose įmonėse pirmosios partijos kaina buvo vienoda — po 6 Lt. Dėl įvairių priežasčių I įmonės kiekvienos kitos partijos prekė vis brango po 1,2 karto, o II įmonės — 25% pirmosios partijos kainos. Kurioje įmonėje pigiau gaminti:
a) ketvirtą prekių partiją; b) penktą prekių partiją?

47. Įmonėje dirba 50 tarnautojų ir 100 darbininkų. Planuojama kasmet didinti tarnautojų skaičių 20% pradinio jų skaičiaus, o darbininkų skaičių — vis 10%.
a) Ar įmonė po 3 metų turės ne daugiau kaip 225 etatus?
b) Kiek etatų planuoja įmonė turėti po 5 metų?

48. Vienoje dirbtuvėje vizitinių kortelių pirmosios partijos pagaminimas kainuoja 100 Lt, o kiekvienos kitos — 91% pirmosios partijos kainos. Kitoje dirbtuvėje už pirmąją partiją reikia mokėti 100 Lt, o už kiekvieną kitą — vis pigiau pinigų suma, lygia devyniems procentams pirmosios partijos kortelių kainos. Kurioje dirbtuvėje naudingiau užsisakyti tris vizitinių kortelių partijas?

49. Kiekvienų metų pabaigoje šeima gaudavo 1200 Lt dividendų, kuriuos dėjo į banką. Kokia pinigų suma susikaupė šeimos sąskaitoje per 5 metus, jeigu bankas mokėjo:
a) 6%; b) 6,5%; c) 5% metines sudėtines palūkanas?

Pavyzdys. c) Šeimos sąskaitoje per 5 metus susikaupė:

$$1200 + 1200 \cdot 1{,}05 + 1200 \cdot 1{,}05^2 + 1200 \cdot 1{,}05^3 + 1200 \cdot 1{,}05^4 =$$
$$= 1200(1 + 1{,}05 + 1{,}05^2 + 1{,}05^3 + 1{,}05^4) =$$
$$= 1200 \cdot 5{,}5256312\ldots \approx 6630{,}76\,(\text{Lt}).$$

<u>50.</u> Šeimos pajamos per kalendorinius metus didėjo kas mėnesį po:
a) 5%; b) 6%.
Apskaičiuokite šeimos kalendorinių metų pajamas dešimties litų tikslumu, jeigu žinoma, kad gegužės mėnesį šeimos pajamos buvo 1600 Lt.

<u>51.</u> Kokia suma susikaups šeimos sąskaitoje per 5 metus, jei šeima kiekvieno:
a) pusmečio pradžioje į banką padeda po 600 Lt už 6% metinių sudėtinių palūkanų, kurias bankas skaičiuoja kas pusmetį;
b) ketvirčio pradžioje į banką padeda po 400 Lt už 6% metinių sudėtinių palūkanų, kurias bankas skaičiuoja kas ketvirtį?

52. Šeima nori susitaupyti 50 000 Lt. Po kokią vienodą litų sumą šeima turi padėti kiekvieno pusmečio pradžioje į banką, kad po 10 metų turėtų norimą sumą, jeigu bankas moka:
a) 8%; b) 9% metines sudėtines palūkanas ir skaičiuoja jas kas pusmetį?

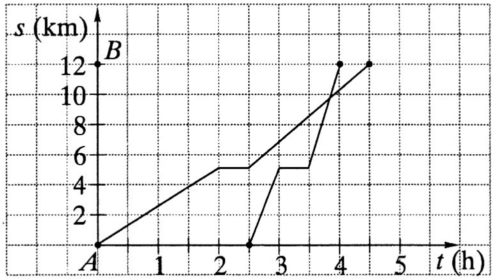
53. Petraitis padėjo indėlį į banką, kuris moka 8% metinių sudėtinių palūkanų ir skaičiuoja jas kas ketvirtį. Po pirmojo ketvirčio bankas priskaičiavo 250 Lt palūkanų. Kokia suma susikaups Petraičio sąskaitoje po:
a) 2 metų; b) 3 metų?

54*. Jonaitis iš banko paėmė 40 000 Lt paskolą. Bankas už paskolą ima 8% metinių sudėtinių (mažėjančių) palūkanų. Per kiek metų Jonaitis grąžins paskolą, jei kiekvienų metų pabaigoje jis mokės po:
a) 6960,59 Lt; b) 5961,18 Lt?

55. Bankas suteikė 16-ai metų paskolą namo statybai, imdamas 10% metines sudėtines palūkanas. Kokio dydžio ši paskola, jei ją grąžinant kasmet reikia mokėti metų pabaigoje po:
a) 6390,83 Lt; b) 7669 Lt?

2. FUNKCIJŲ GRAFIKAI

1. Brėžinyje pavaizduotas grupės pėsčiųjų ir grupės dviratininkų kelionės iš gyvenvietės A į gyvenvietę B grafikas.



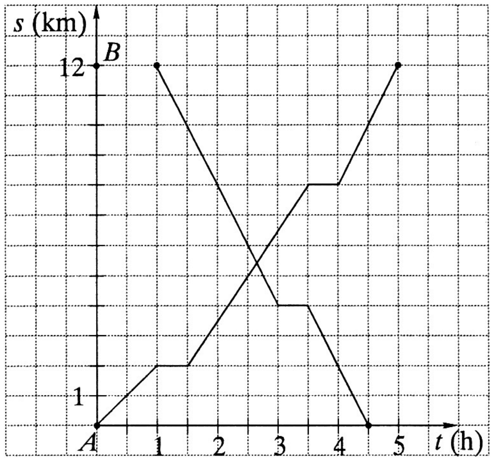
a) Koks atstumas tarp gyvenviečių A ir B?

b) Kiek laiko ilsėjosi dviratininkai ir kiek — pėstieji?

c) Kada dviratininkai atvažiavo į gyvenvietę B, jeigu pėstieji iš gyvenvietės A išvyko 9 valandą?

d) Raskite vidutinį dviratininkų važiavimo greitį; vidutinį kelionės greitį.

2. Brėžinyje pavaizduotas dviejų pėsčiųjų kelionės tarp gyvenviečių A ir B grafikas.



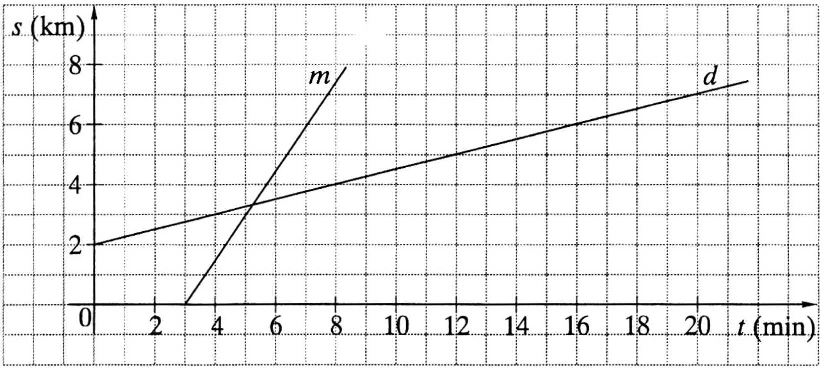
a) Kiek laiko ilsėjosi pėstysis, išėjęs iš gyvenvietės A? Raskite jo *kelionės* vidutinį greitį.

b) Kada pėstysis atėjo į gyvenvietę B, jeigu jis iš gyvenvietės A išėjo 9 valandą?

c) Kiek laiko ilsėjosi pėstysis, išėjęs iš gyvenvietės B? Raskite jo *ėjimo* vidutinį greitį.

d) Kada pėstysis išėjo iš gyvenvietės B ir kada atėjo į gyvenvietę A, jei kitas pėstysis iš gyvenvietės A išėjo 9 valandą?

3. Brėžinyje pavaizduoti vienu keliu ir ta pačia kryptimi važiuojančių dviratininko (tiesė d) ir motociklininko (tiesė m) judėjimo grafikai.



Remdamiesi grafikais, atsakykite į klausimus:

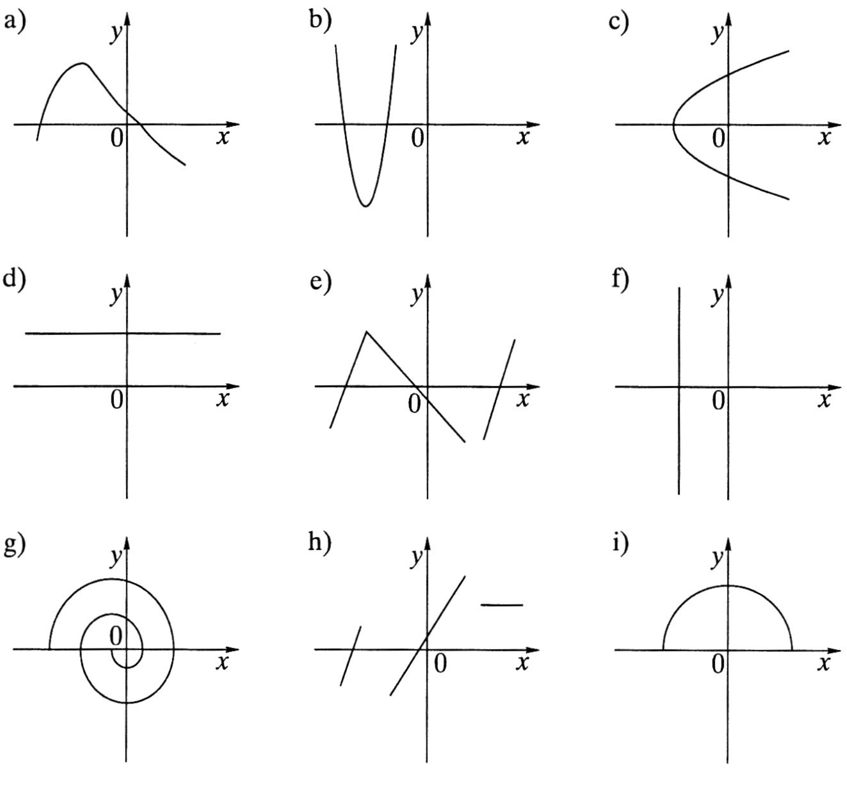
a) Koks dviratininko greitis ir koks motociklininko?

b) Ar iš tos pačios vietovės jie pradėjo važiuoti?

c) Ar tuo pačiu laiku jie pradėjo važiuoti? Jei ne, tai kuris išvažiavo anksčiau.

d) Koks atstumas bus tarp jų po 5 minučių nuo motociklininko judėjimo pradžios?

4. Kuris grafikas nėra funkcijos grafikas?



5. Nustatykite, didėja ar mažėja funkcija:

a) $f(x) = x^2 + x + 2$, kai $x < -2$;

b) $f(x) = x^2 - x + 4$, kai $x > 1$;

c) $f(x) = x^2 + 4x - 12$, kai $x < -3$;

d) $f(x) = x^2 - 8x + 7$, kai $x > 5$.

6. Funkcijos $f(x) = ax^2 + bx + c$ grafikas yra parabolė, kurios viršūnės koordinatės yra (2; 4). Raskite $f(4)$, jeigu žinoma, kad funkcijos grafikas eina per tašką, kurio koordinatės yra (1; 1).

7*. 1) Įrodykite, kad tiesė $y = 3x - 3$ yra funkcijos $f(x) = \frac{3}{4}x^2$ grafiko liestinė (t. y., kad tiesė su parabole turi tik vieną bendrą tašką).

2) Įrodykite, kad grafikų lietimosi taško koordinatės yra (2; 3).

8. Užpildykite lentelę:

a	2	3,5	4	5,3	8	11	15	16,1
a^3								
a^4								

Pavyzdys. Raskime 7^3 ir 5^4 reikšmes:

[7] [y^x] [3] [=]; $7^3 = 343$;

[5] [y^x] [4] [=]; $5^4 = 625$.

---

9. a) Užpildykite lentelę:

a	−6	−3	−2	−1	−0,6	−0,3	−0,2	−0,1	2	20	30	200
a^3												

b) Kaip pasikeistų skaičiaus a^3 reikšmė, jeigu skaičių a padidintume 10 kartų, 100 kartų; sumažintume 10 kartų, 100 kartų?

10. a) Užpildykite lentelę:

a	0	0,2	0,5	0,7	0,9	1	1,5	2	4	9	12
a^2											
a^3											

b) Palyginkite atitinkamas a, a^2 ir a^3 reikšmes intervale (0; 1).

c) Didėjimo tvarka išdėstykite skaičius:

$(-3)^3$; $(-1{,}5)^3$; 2^3; $0{,}2^3$; $1{,}5^2$; 2^2; $0{,}7^3$; $0{,}2^2$; $1{,}5^3$; $0{,}7^2$.

11. Ištraukite šaknį, suapvalinkite šimtosios tikslumu ir užpildykite lentelę:

a	0,8	10	12,5	405	1200	37 506
$\sqrt{a}$						
$\sqrt[3]{a}$						

Pavyzdys. [6] [$\sqrt{x}$]; $\sqrt{6} \approx 2{,}45$; [6] [$\sqrt[x]{y}$] [3] [=]; $\sqrt[3]{6} \approx 1{,}82$.

12. a) Užpildykite lentelę ir palyginkite atitinkamas a, $\sqrt{a}$, $\sqrt[3]{a}$ šimtosios tikslumu reikšmes.

a	0	0,01	0,16	0,25	0,64	0,81	1	1,44	36
$\sqrt{a}$									
$\sqrt[3]{a}$									

b) Išdėstykite didėjimo tvarka skaičius:
$0{,}4$; 2; $\sqrt{0{,}4}$; $\sqrt[3]{-0{,}7}$; $\sqrt{2}$; $\sqrt[3]{0{,}4}$; $\sqrt[3]{-0{,}4}$; $\sqrt[3]{2}$; $-0{,}7$; $-0{,}4$.

13. Patikrinkite, ar teisingos šios nelygybės:

a) $2{,}8 < \sqrt[3]{24} < 2{,}9$ b) $7{,}3 < \sqrt[3]{400} < 7{,}4$

c) $4{,}6 < \sqrt[3]{100} < 4{,}7$ d) $12 < \sqrt[3]{2500} < 13$

Užduotį atlikite dviem būdais: traukdami šaknį ir keldami kubu.

14. a) Užpildykite funkcijos $f(x) = \sqrt{x}$ reikšmių lentelę (0,1 tikslumu) ir nubraižykite funkcijos grafiką, kai $x \in [0; 9]$.

x	0	0,25	0,5	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\sqrt{x}$												

b) Remdamiesi funkcijos grafiku, palyginkite šiuos skaičius:
$f(2{,}5)$ ir $f(4{,}5)$; $f(6{,}5)$ ir $f(5)$; $f(0{,}3)$ ir $f(0{,}7)$.

15. Raskite funkcijos reikšmių intervalą:

a) $f(x) = \sqrt{x} + 2$, kai $0{,}25 < x < 0{,}81$;

b) $f(x) = \sqrt{x} - 1$, kai $0{,}64 \leqslant x \leqslant 3{,}24$;

c) $f(x) = 3 - \sqrt{x}$, kai $1{,}69 < x \leqslant 6{,}25$.

16. Milimetriniame popieriuje nubraižykite funkcijos $f(x) = \sqrt[3]{x}$ grafiką ir remdamiesi juo, raskite:

a) $\sqrt[3]{2}$ reikšmę;

b) x reikšmę, su kuria $\sqrt[3]{x} = 1{,}9$;

c) funkcijos $f(x) = \sqrt[3]{x}$ reikšmių aibę, kai $x \in [2; +\infty)$;

d) funkcijos $f(x) = \sqrt[3]{x}$ reikšmių aibę, kai $x \in [1; 8]$;

e) x reikšmes, su kuriomis $\sqrt[3]{x} < 2$;

f) x reikšmes, su kuriomis $1 < \sqrt[3]{x} < 2$.

17. Apskaičiuokite reikšmę reiškinio:

a) $\dfrac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt{0,09}}$ b) $\left(\sqrt[3]{-125}\right)^3 : \left(\sqrt{1,25}\right)^2$

c) $\sqrt[3]{(-3)^3} \cdot \sqrt{\left(\sqrt[3]{216}\right)^2}$ d) $\sqrt[3]{-216} \cdot \sqrt{(-5)^2}$

e) $\left(15\sqrt{0,64} + \sqrt[3]{-343}\right) : \sqrt[3]{0,008}$ f) $3\sqrt{11\frac{1}{9}} - \frac{3}{4}\sqrt{1\frac{7}{9}} + \sqrt[3]{42\frac{7}{8}}$

18. Nurodykite funkcijas, kurios didėja intervale (0; 1):
$f(x) = x^2$; $g(x) = -\sqrt{x}$; $h(x) = -x^3$; $u(x) = \sqrt[3]{x}$.

19. Duotos funkcijos $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = \sqrt[3]{x}$, $h(x) = x^3$, $u(x) = x^4$ ir taškai: $A(81; 9)$, $B(2\sqrt[3]{5}; 40)$, $C(-64; -4)$, $D(\sqrt{3}; 9)$, $E(-1; 1)$, $F(-1; -1)$.
a) Nurodykite, kurios funkcijos grafikas per kuriuos taškus eina.
b) Ar yra duotas taškas, per kurį eitų visų duotųjų funkcijų grafikai?
c) Raskite koordinates taškų, per kuriuos eitų visų duotųjų funkcijų grafikai.

20. Remdamiesi funkcijų $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = \sqrt[3]{x}$, $h(x) = x^2$, $u(x) = x^3$, $v(x) = x^4$ savybėmis, nustatykite, kuris skaičius didesnis:

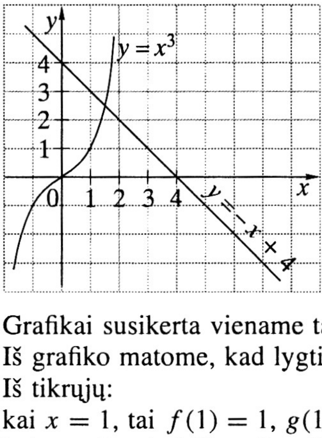
a) $\sqrt{0,73}$ ar $\sqrt{0,85}$ b) $\sqrt{0,65}$ ar $\sqrt[3]{0,65}$ c) $\sqrt{2,15}$ ar $\sqrt[3]{2,15}$

d) $0,24^2$, $0,24^3$ ar $0,24^4$ e) $2,4^2$, $2,4^3$ ar $2,4^4$ f) $\sqrt{0,92}$ ar $\sqrt[3]{0,92}$

21. Raskite funkcijų $f(x)$, $g(x)$ ir $h(x)$ grafikų bendrų taškų koordinates:
a) $f(x) = x$, $g(x) = \sqrt{x}$, $h(x) = x^2$;
b) $f(x) = x$, $g(x) = \sqrt[3]{x}$, $h(x) = x^3$;
c) $f(x) = x$, $g(x) = \sqrt{x}$, $h(x) = \sqrt[3]{x}$;
d) $f(x) = x^2$, $g(x) = x^3$, $h(x) = x^4$.

22*. Įrodykite, kad duotoji lygtis neturi sveikųjų sprendinių:
a) $x^3+5x+2 = 0$; b) $x^3+3x+3 = 0$; c) $\sqrt[3]{x}+1,5x-3 = 0$; d) $\sqrt{x}-x+1 = 0$.

Pavyzdys. Įrodykime, kad lygtis $x^3 + x - 4 = 0$ neturi sveikųjų sprendinių.
Sprendimas. Lygtį pakeiskime lygybe $x^3 = -x + 4$ ir nubraižykime funkcijų $f(x) = x^3$ ir $g(x) = -x + 4$ grafikų eskizus.



Grafikai susikerta viename taške, todėl lygtis turi vieną sprendinį.
Iš grafiko matome, kad lygties sprendinys yra intervale (1; 2).
Iš tikrųjų:
kai $x = 1$, tai $f(1) = 1$, $g(1) = 3$, $f(1) < g(1)$;
kai $x = 2$, tai $f(2) = 8$, $g(2) = 2$, $f(2) > g(2)$.
Vadinasi, lygtis sveikųjų sprendinių neturi.

---

23. Remdamiesi funkcijų $f(x) = \sqrt[3]{x}$ ir $g(x) = x - 1$ grafikais, išspręskite:
a) lygtį $\sqrt[3]{x} = x - 1$; b) nelygybę $\sqrt[3]{x} < x - 1$; c) nelygybę $\sqrt[3]{x} \geqslant x - 1$.

24. Apskaičiuokite:
a) $\frac{2x + |x|}{4x}$, kai $x = -2{,}5$;
b) $\frac{|x|}{x}(x^2 + 6x)$, kai $x = 3$;
c) $\frac{x}{|x|}(4x - x^2 - 3)$, kai $x = 1$.

25. Apskaičiuokite reiškinio $\frac{|x|}{x}$ reikšmę, kai $x = -16; -7; 1; 1{,}2$. Kam lygus šis reiškinys, kai:
a) $x > 0$;
b) $x < 0$?
c) Ar su visomis x reikšmėmis šis reiškinys turi prasmę?

26. Apskaičiuokite reiškinio $|x| + x$ reikšmę, kai $x = 8; -10; 1{,}6; 9$. Suprastinkite šį reiškinį, kai:
a) $x \geqslant 0$; b) $x < 0$.

27. Suprastinkite reiškinį $|x| \cdot x$, kai:
a) $x \geqslant 0$; b) $x < 0$.

28*. Suprastinkite reiškinį:
a) $1{,}2 \cdot \left(\sqrt{a}\right)^2 \cdot \sqrt{m^2}$, kai $a > 0$, $m < 0$
b) $3\sqrt{(x-2)^2}$, kai $x < 2$
c) $2\sqrt{(4-x)^2}$, kai $x \geqslant 5$
d) $5\sqrt{(1{,}2-x)^2}$, kai $x < 1$

29. Nubraižykite funkcijos $y = f(x)$ grafiką:
a) $f(x) = |-2x + 6|$
b) $f(x) = |4 - 2x|$
c) $f(x) = |x^2 - 4|$
d) $f(x) = |1 - x^2|$
e) $f(x) = |-x^2 + 2x|$
f) $f(x) = |4x - x^2|$
g) $f(x) = |x^2 + 2x - 3|$
h) $f(x) = |x^2 + 2x - 8|$

30*. Grafiškai nustatykite, kiek natūraliųjų sprendinių turi nelygybė:
a) $x - 1 > |x^2 - 5x + 4|$; b) $|x^2 - 5x + 4| \leqslant -2x + 8$; c) $|x^2 - 2x - 3| \leqslant x + 7$.

31*. Grafiškai nustatykite lygčių sistemos sprendinių skaičių:
a) $\begin{cases} y = |x^2 - 4x - 5|, \\ x - y = -2; \end{cases}$
b) $\begin{cases} y = |x^2 + 2x - 3|, \\ y - 4 = 0; \end{cases}$
c) $\begin{cases} y = |x^2 + 2x - 8|, \\ y = \sqrt{x}. \end{cases}$

32. Vienoje koordinačių plokštumoje nubraižykite grafikus funkcijų:
a) $f(x) = |x|$, $g(x) = |x| + 2$, $h(x) = |x| - 3$;
b) $f(x) = -|x|$, $g(x) = -|x| + 2$, $h(x) = -|x| - 3$.

33*. Nubraižykite funkcijos $y = f(x)$ grafiką, jei:
a) $f(x) = \sqrt{x^2} + x$
b) $f(x) = \sqrt{x^2} - x$
c) $f(x) = x|x|$
d) $f(x) = \frac{|x|}{x}$
e) $f(x) = \frac{2\sqrt{x^2}}{x}$
f) $f(x) = x^3$, kai $|x| \leqslant 1{,}5$
g) $f(x) = \frac{-\sqrt{x^2}}{x}$
h) $f(x) = -x\sqrt{x^2}$
i) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$

34. Nubraižykite funkcijos $y = f(x)$ grafiką, jei:

a) $f(x) = (x-1)^3$ b) $f(x) = (x+1)^3$ c) $f(x) = (-x-1)^3$

d) $f(x) = |x^3| + 2$ e) $f(x) = x^4 - 2$ f) $f(x) = x^3 - 3$

g) $f(x) = \sqrt{x+3}$ h) $f(x) = \sqrt[3]{x-2}$ i) $f(x) = \sqrt{x} + 2$

35. Raskite funkcijos $y = f(x)$ reikšmių sritį, jei:

a) $f(x) = 3x^2 - 5x + 1$, kai $0{,}5 \leqslant x \leqslant 2$;

b) $f(x) = -2x^2 + x + 2$, kai $-2 \leqslant x \leqslant 2$;

c) $f(x) = |x-2|$, kai $-1 \leqslant x \leqslant 5$;

d) $f(x) = |x+3|$, kai $-7 \leqslant x \leqslant 1$.

36*. Išspręskite grafiniu būdu lygčių sistemą:

a) $\begin{cases} y = |x|, \\ x + y = 3; \end{cases}$ b) $\begin{cases} y = |x-2|, \\ y = -x^2 + 4; \end{cases}$ c) $\begin{cases} y = -|x+3|, \\ x - y - 3 = 0. \end{cases}$

37. Išspręskite grafiškai lygtį:

a) $x^3 + 4 = 0$ b) $x^3 + x - 2 = 0$ c) $x^3 = \sqrt{x}$

d) $\sqrt{x-3} = x - 3$ e) $\sqrt[3]{x} = \frac{4}{x}$ f) $x^3 - x^2 - 4 = 0$

g) $\sqrt{x} = 6 - x$ h) $\sqrt{x-3} = 2$ i) $\sqrt{x+2} = x - 4$

38. Remdamiesi grafikais, nustatykite, kiek sprendinių turi lygtis:

a) $\sqrt{x} = \frac{x}{3}$ b) $|x^2 - 4| = 3 - x$ c) $\sqrt[3]{x} = -x - 4$

d) $2\sqrt{x} = x - 3$ e) $|x| = x^4$ f) $-\sqrt{x} = x^2 - 4$

39*. Išspręskite grafiškai nelygybę:

a) $\frac{1}{x} < |x|$; b) $|x-3| < 4$.

40. Grafiniu būdu įrodykite, kad lygtis neturi sprendinių:

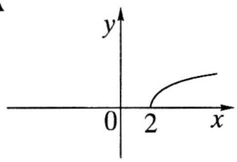
a) $\sqrt{x+3} + 3 = 0$ b) $-\sqrt{x} - 1 = \sqrt{x+2}$

c) $\sqrt{x-1} + 2 = -\sqrt{x+1}$ d) $|x^2 - 4| = -1$

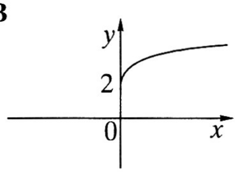
e) $|x^2 - 2x - 3| = -2$ f) $|x^2 - 2x - 8| = -3$

41. Kuriame paveikslėlyje pavaizduotas funkcijos $f(x) = 2\sqrt{x}$ grafikas?

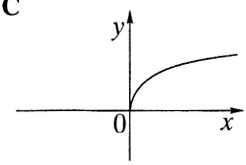
A



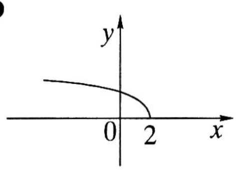
B



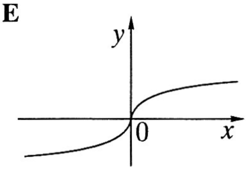
C



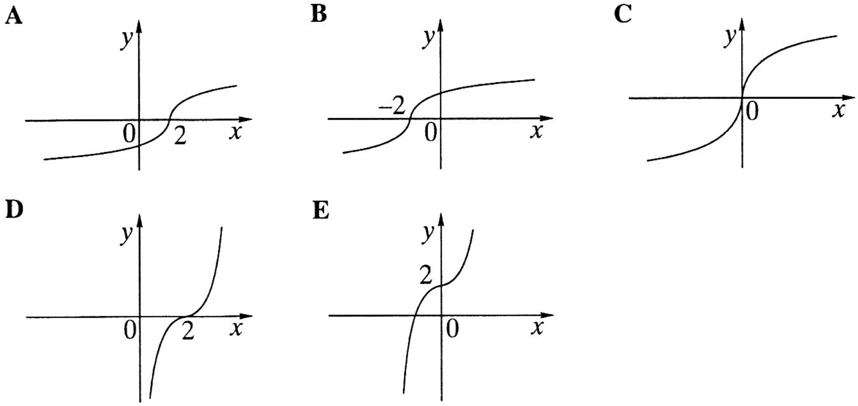
D



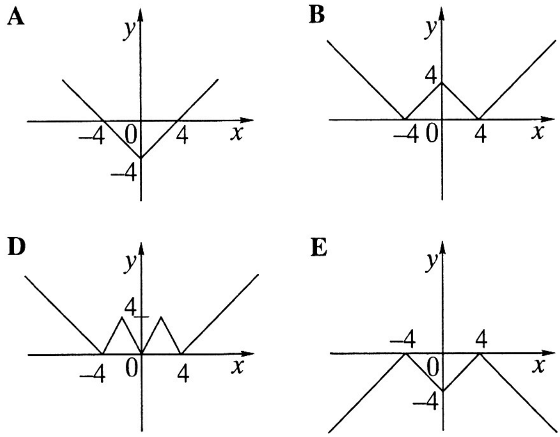
E



42. Kuriame paveikslėlyje pavaizduotas funkcijos $f(x) = 2\sqrt[3]{x}$ grafikas?



43. Kuriame paveikslėlyje pavaizduotas funkcijos $f(x) = |x| - 4$ grafikas?



44. a) Taškas $A(a; 8)$ priklauso funkcijos $f(x) = x^3$ grafikui. Ar priklauso taškas $B(a+4; 8)$ funkcijos $g(x) = (x-4)^3$ grafikui?

b) Taškas $A(a; 2)$ priklauso funkcijos $f(x) = \sqrt[3]{x}$ grafikui. Ar priklauso taškas $B(a-2; 2)$ funkcijos $g(x) = \sqrt[3]{x+2}$ grafikui?

c) Taškas $A(a; 3)$ priklauso funkcijos $f(x) = \sqrt{x}$ grafikui. Ar priklauso taškas $B(a+7; 5)$ funkcijos $g(x) = \sqrt{x+9}$ grafikui?

45*. Raskite funkcijų $f(x) = |x+1| + 3$, $g(x) = -|x+3| + 2$ grafikų ir tiesės $y = a$ bendrų taškų skaičių priklausomai nuo a reikšmės.

46. Nustatykite, kurios iš duotųjų funkcijų yra lyginės, kurios — nelyginės, kurios — nėra nei lyginės, nei nelyginės:

a) $f(x) = 7 - |x|$ b) $f(x) = \frac{|x|}{x}$ c) $f(x) = \sqrt{x}$

d) $f(x) = \sqrt[3]{x-2}$ e) $f(x) = -\sqrt{-x}$ f) $f(x) = x^2 + 3|x| - 7$

g) $f(x) = 2|x| - 3x^3$ h) $f(x) = \sqrt[3]{3x} + x$ i) $f(x) = 2x^2 + 5$

47. Funkcija $y = f(x)$ yra lyginė. Kuri iš funkcijų galėtų nebūti lyginė?

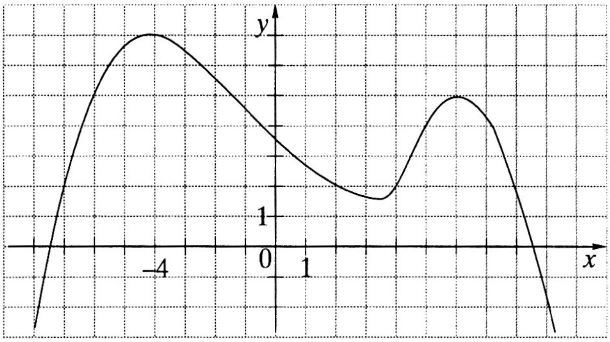
A $y = 2f(x)$ **B** $y = |f(x)|$ **C** $y = f(x) + 4$

D $y = f(x - 2)$ **E** $y = f(x) - 1$

Pavyzdys. $y = x^2$ — lyginė, $y = x^2 + 2$ irgi lyginė, o $y = (x - 2)^2$ nėra lyginė.

---

48. Pavaizduotas funkcijos $y = f(x)$ grafikas.



Pasinaudodami funkcijos $y = f(x)$ grafiko duomenimis, raskite:

a) $f(-4)$, $f(6)$;

b) x, kai $f(x) = 7$;

c) x reikšmę, su kuria funkcija įgyja didžiausią reikšmę intervale $[-6; 6]$.

49. Taškas x_0 yra funkcijos $y = f(x)$ minimumo taškas. Kurios funkcijos maksimumo taškas bus taškas x_0?

A $y = f(x) - 4$ **B** $y = f(x - 3)$ **C** $y = -f(x) + 2$

D $y = 2f(x)$ **E** $y = f(x + 2) - 4$

50*. Raskite trumpiausią atstumą nuo taško M iki funkcijos $f(x) = \sqrt{x}$ grafiko, jei:

a) $M(2; 0)$; b) $M(3; 0)$.

51*. Stačiakampio perimetras lygus 20 cm.

a) Kokio ilgio turėtų būti stačiakampio kraštinės, kad jo įstrižainės ilgis būtų mažiausias?

b) Kokio ilgio turėtų būti stačiakampio kraštinės, kad stačiakampio plotas būtų didžiausias?

52. Geležinio varžto skersmuo parenkamas pagal apkrovą. Varžto skersmens ilgį d (centimetrais) galima apytiksliai apskaičiuoti pagal formulę: $d = 0{,}045\sqrt{Q} + 0{,}5$, kur Q — didžiausia varžto apkrova kilogramais.

a) Raskite varžto skersmenį, kai apkrova yra 60 kg; 180 kg.

b) Kokia leistina didžiausia apkrova varžtui, jeigu varžto skersmuo lygus 1,5 cm; 2 cm?

53. Nuo jūros krante esančios aukštumos horizonto nuotolį d (kilometrais) galima apytiksliai apskaičiuoti pagal formulę $d = 0{,}41\sqrt{h}$, kur h — vietovės aukštis metrais. Raskite horizonto nuotolį, kai:
a) $h = 20$ m; b) $h = 140$ m.

54. Raskite kubo briaunos ilgį (0,1 cm tikslumu), jei jo tūris lygus:
a) $100\,\text{cm}^3$; b) $125\,\text{dm}^3$; c) $300\,\text{cm}^3$; d) $2{,}4\,\text{m}^3$.

55. Rutulio tūris V apskaičiuojamas pagal formulę $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, kur R — rutulio spindulys. Raskite spindulį tokio rutulio, kurio tūris yra $254\,\text{cm}^3$ ($\pi \approx 3{,}14$).

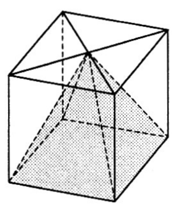
56. Plieninė trinkelė yra ritinio formos. Trinkelės pagrindo skersmuo lygus jos aukščiui. Tokios trinkelės tūrį V galima apskaičiuoti pagal formulę $V = \frac{\pi d^3}{4}$, kur d — pagrindo skersmuo.
a) Raskite trinkelės masę, kai $d = 1{,}4$ m. Plieno tankis yra $7{,}9\,\text{g/cm}^3$ ($\pi \approx 3{,}14$).
b) Koks apytiksliai trinkelės aukštis, jeigu jos tūris lygus $1{,}04\,\text{m}^3$?

57. Kaitinant geležinį kubą iki 100°C, kubo briauna pailgėjo 0,0012 kartų pradinio ilgio.
a) Kiek procentų padidėjo kubo tūris?
b) Pradinio kubo briauną pažymėkite x. Užrašykite funkciją, išreiškiančią padidėjusio kubo tūrį.

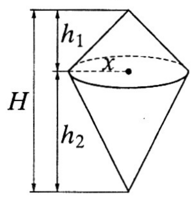
58. Temperatūrai sumažėjus 40°C, varinio kubo briauna sutrumpėjo 0,07%.
a) Kiek procentų sumažėjo kubo tūris?
b) Pradinio kubo briauną pažymėkite x. Užrašykite funkciją, išreiškiančią mažesniojo kubo tūrį.

59. Svyruoklės svyravimų periodą T (sekundėmis) galima apytiksliai apskaičiuoti pagal formulę $T = 2{,}01\sqrt{L}$, čia L — svyruoklės ilgis metrais.
a) Koks 1 m ilgio svyruoklės svyravimų periodas?
b) Koks 2 m ilgio svyruoklės svyravimų periodas? Atsakymą užrašykite 0,01 s tikslumu.
c) Kokio ilgio turi būti svyruoklė, kad jos svyravimų periodas būtų 2 s? Atsakymą pateikite centimetrų tikslumu.

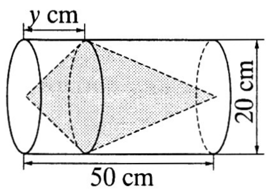
60. Keturkampės piramidės pagrindas yra kubo siena, o viršūnė — priešingos sienos pagrindo centras. Kubo briaunos ilgį pažymėkite x ir išveskite formulę, išreiškiančią piramidės tūrį $V(x)$ kintamuoju x.
(Piramidės tūris $V = \frac{1}{3}SH$, S — pagrindo plotas, H — piramidės aukštinės ilgis.)



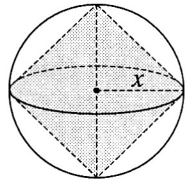
61. Kūnas, sudarytas iš dviejų kūgių, turinčių tą patį pagrindą, vadinamas *bikūgiu*.
a) Bikūgio pagrindo spindulį pažymėkite x. Įrodykite, kad bikūgio tūrį $V(x)$ galima apskaičiuoti pagal formulę $V(x) = \frac{\pi x^2 H}{3}$.



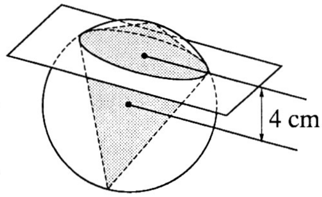
b) Ar yra tokia y reikšmė, su kuria pavaizduoto bikūgio tūris būtų didžiausias?



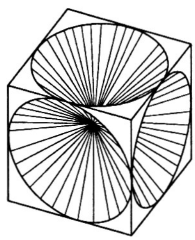
62. Į sferą, kurios spindulys R, įbrėžtas bikūgis.
1) Sferos spindulį pažymėkite x ir bikūgio tūrį išreikškite kinamuoju x.
2) Kiek kartų rutulio tūris didesnis už bikūgio tūrį?



63. Sferos spindulys lygus 11 cm. Sferos ribojamą rutulį kerta plokštuma, nutolusi nuo centro 4 cm.
1) Raskite pjūvio plotą.
2) Įrodykite, kad į sferą įbrėžto bikūgio tūris lygus $\frac{1}{3}$ pjūvio ploto ir sferos skersmens sandaugos.
3) Kertančios plokštumos atstumą nuo sferos centro pažymėkite x ir bikūgio tūrį išreikškite kintamuoju x.



64. Iš kubo išpjauti 6 kūgiai, kurie turi bendrą viršūnę kubo centre, o kiekvieno kūgio pagrindas yra į kubo sieną įbrėžtas skritulys.
1) Kubo briaunos ilgį pažymėkite x ir duotojo kūno tūrį išreikškite kintamuoju x.
2) Išpjautųjų kūgių tūrių sumą palyginkite su kubo tūrio puse.



65. Lygiašonės trapecijos įstrižainės susikerta stačiu kampu. Trapecijos plotą pažymėkite x. Įrodykite, kad:
a) trapecijos aukštinės ilgio h priklausomybę nuo ploto x galima išreikšti funkcija $h(x) = \sqrt{x}$;
b) trapecijos vidurinės linijos ilgio l priklausomybę nuo ploto x galima išreikšti funkcija $l(x) = \sqrt{x}$.

66. Apie skritulį apibrėžtos lygiašonės trapecijos aukštinė perpus trumpesnė už šoninę kraštinę. Trapecijos plotą pažymėkite x. Įrodykite, kad įbrėžtinio skritulio spindulio ilgio r priklausomybę nuo trapecijos ploto x galima išreikšti funkcija $r(x) = \frac{1}{4}\sqrt{2x}$.

67. Stačiojo lygiašonio trikampio įžambinė lygi 1. Į šį trikampį įbrėžtas stačiakampis, kurio viena kraštinė priklauso trikampio įžambinei, o dvi viršūnės — statiniams.
1) Stačiakampio kraštinės, priklausančios įžambinei, ilgį pažymėkite x ir įrodykite, kad stačiakampio plotą galima išreikšti funkcija $S(x) = 0{,}5x(1 - x)$.
2) Nurodykite funkcijos $S(x)$ apibrėžimo sritį.
3) Su kuria x reikšme funkcija $S(x)$ įgyja didžiausią reikšmę?
4) Raskite funkcijos $S(x)$ reikšmių sritį.
5) Iš visų įbrėžtų stačiakampių imame tą, kurio plotas yra didžiausias. Raskite to stačiakampio kraštinių ilgius.

68. Lygiakraščio trikampio kraštinės ilgis lygus 1. Į šį trikampį įbrėžtas stačiakampis, kurio viena kraštinė priklauso trikampio kraštinei, o dvi viršūnės — kitoms trikampio kraštinėms.

1) Stačiakampio kraštinės, priklausančios trikampio kraštinei, ilgį pažymėkite x ir įrodykite, kad stačiakampio plotą galima išreikšti funkcija $S(x) = 0{,}5\sqrt{3}x(1-x)$.
2) Nurodykite galimų x reikšmių sritį.
3) Su kuria x reikšme funkcija $S(x)$ įgyja didžiausią reikšmę?
4) Raskite funkcijos $S(x)$ reikšmių sritį.
5) Iš visų įbrėžtų stačiakampių imame tą, kurio plotas yra didžiausias. Raskite to stačiakampio kraštinių ilgius.

69. Į lygiakraštį trikampį ABC įbrėžtas lygiagretainis $AMHP$ taip, kad viršūnė M priklauso kraštinei AB, viršūnė H — kraštinei BC, o viršūnė P — kraštinei AC.

1) Trikampio perimetrą pažymėkite P ir įrodykite, kad lygiagretainio plotą $S(x)$ galima išreikšti formule $S(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}x\left(\frac{P}{3} - x\right)$; čia x — vienos lygiagretainio kraštinės ilgis.
2) Iš visų įbrėžtų lygiagretainių imame tą, kurio plotas yra didžiausias. Ar galima tvirtinti, kad tas lygiagretainis yra rombas?

70. Į lygiašonį statųjį trikampį ABC įbrėžtas lygiagretainis $AMHP$ taip, kad viršūnė M priklauso kraštinei AB, viršūnė H — kraštinei BC, o viršūnė P — įžambinei AC.

1) Trikampio statinio ilgį pažymėkite a ir įrodykite, kad lygiagretainio plotą $S(x)$ galima išreikšti formule $S(x) = x(a-x)$; čia x — vienos lygiagretainio kraštinės ilgis.
2) Iš visų įbrėžtų lygiagretainių imame tą, kurio plotas yra didžiausias. Ar galima tvirtinti, kad tas lygiagretainis yra rombas?

71*. Figūra apribota funkcijų $f(x) = \frac{1}{4}x^2$ ir $g(x) = x$ grafikais. Raskite ilgį ilgiausios atkarpos, priklausančios nurodytai figūrai ir lygiagrečios y ašiai.

72*. Figūra apribota funkcijų $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ ir $g(x) = -3x$ grafikais. Raskite ilgį ilgiausios atkarpos, priklausančios nurodytai figūrai ir lygiagrečios y ašiai.

73*. Figūra apribota parabole $y = x^2 - 6x$ ir tiese, einančia per parabolės viršūnę ir koordinačių pradžios tašką. Raskite ilgį ilgiausios atkarpos, priklausančios nurodytai figūrai ir lygiagrečios y ašiai.

74*. Nagrinėjamos visos taisyklingosios keturkampės prizmės, kurių briaunų ilgių suma lygi 16 cm. Raskite pagrindo kraštinės ilgį tos prizmės, kurios šoninio paviršiaus plotas yra didžiausias.
Pastaba. Stačioji prizmė, kurios pagrindas — taisyklingasis daugiakampis, vadinama taisyklingąja prizme.

75*. Nagrinėjamos visos taisyklingosios trikampės prizmės, kurių kiekvienos šoninės sienos perimetras lygus 12 cm. Raskite pagrindo kraštinės ilgį tos prizmės, kurios šoninio paviršiaus plotas yra didžiausias.

3. LYGČIŲ SISTEMOS, KAI VIENA LYGTIS NETIESINĖ

1. Duota lygčių sistema

$$\begin{cases} 4x^2 + y^2 = 5, \\ y - 2x = 1. \end{cases}$$

Ar šios lygčių sistemos sprendinys yra skaičių pora:
a) $(1; 1)$; b) $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$; c) $(-1; -1)$; d) $(2; 5)$?

2. Išspręskite lygčių sistemą grafiškai:

a) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ y = 2x - 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - y = 1, \\ y = x^2 + 2x - 3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} xy = 6, \\ y - x = 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x - y = 4, \\ y = x^2 - 5x + 5 \end{cases}$ e) $\begin{cases} y = 0{,}5x^2 - 2, \\ y - x = 2 \end{cases}$ f) $\begin{cases} (x-3)^2 + (y-2)^2 = 1, \\ x - y = 4 \end{cases}$

g) $\begin{cases} xy = 4, \\ x^2 + y^2 = 16 \end{cases}$ h) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 20, \\ y = x^2 - 3 \end{cases}$ i) $\begin{cases} (x-3)^2 + (y-4)^2 = 4, \\ y = x^2 \end{cases}$

j) $\begin{cases} y = |x|, \\ y = \frac{1}{4}x^2 - 2 \end{cases}$ k) $\begin{cases} y = -3x^2 + x - 3, \\ y = -x^2 + x - 5 \end{cases}$ l) $\begin{cases} y = x^3, \\ xy = 6 \end{cases}$

3. Išspręskite lygčių sistemą:

a) $\begin{cases} x + y = 4, \\ xy = 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - y = 3, \\ xy = 18 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x - y = 2, \\ x^2 - y^2 = 8 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x^2 + y + 8 = xy, \\ y - 2x = 0 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 3x + y = 2, \\ x^2 - y^2 = -12 \end{cases}$ f) $\begin{cases} x + 2y = 4, \\ x^2 + xy = y - 5 \end{cases}$

g) $\begin{cases} x^2 + xy - y^2 = 11, \\ x - 2y = 1 \end{cases}$ h) $\begin{cases} x^2 + y^2 + 3xy = 1, \\ 3y + x = 0 \end{cases}$ i) $\begin{cases} x - y = 4, \\ (x-1)(y+1) = 2xy + 3 \end{cases}$

j) $\begin{cases} 2x + y = 3, \\ x^2 + 3xy + y^2 = 11 \end{cases}$ k) $\begin{cases} 3x + y = -4, \\ x^2 - y^2 = 2 \end{cases}$ l) $\begin{cases} x^2 + xy = 9 + 3y, \\ 3x + 2y = -1 \end{cases}$

m) $\begin{cases} y - x = 2, \\ \frac{12}{x} + \frac{12}{y} = 5 \end{cases}$ n) $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 1\frac{1}{3}, \\ x + y = 5 \end{cases}$ o) $\begin{cases} 3x + y = 1, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -2{,}5 \end{cases}$

4. Išspręskite lygčių sistemą:

a) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 7, \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 29, \\ y^2 - 4x^2 = 9 \end{cases}$ c) $\begin{cases} (x+y)(x-y) = 0, \\ 2x - y = 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 50, \\ x(y+1) = 0 \end{cases}$ e) $\begin{cases} x + y + xy = 5, \\ xy + x - y = 13 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 2x - y - xy = 14, \\ x + 2y + xy = -7 \end{cases}$

g) $\begin{cases} 2x - 3xy + 4y = 0, \\ x + 3xy - 3y = 1 \end{cases}$ h) $\begin{cases} y^2 + 3x - y = 1, \\ y^2 + 6x - 2y = 1 \end{cases}$ i) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 34, \\ xy = 15 \end{cases}$

j) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 40, \\ xy = -12 \end{cases}$ k) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10, \\ xy = 3 \end{cases}$ l) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 12, \\ xy = 8 \end{cases}$

*m) $\begin{cases} x^3 + y^3 = 9, \\ x^2 - xy + y^2 = 3 \end{cases}$ *n) $\begin{cases} x^3 - y^3 = 133, \\ x - y = 7 \end{cases}$ *o) $\begin{cases} x^3 + y^3 = -217, \\ x + y = -7 \end{cases}$

Pavyzdys. i) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 34, \\ xy = 15. \end{cases}$

Sprendimas. Antrąją lygtį padauginkime iš 2 ir sudėkime su pirmąja:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 34, \\ xy = 15 \mid \cdot 2, \end{cases}$$

$$+\begin{cases} x^2 + y^2 = 34, \\ 2xy = 30, \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 + 2xy = 64,$$

$$(x + y)^2 = 64.$$

Tuomet $x + y = -8$ arba $x + y = 8$.
Gauname dvi lygčių sistemas:

$$\begin{cases} x + y = -8, \\ xy = 15 \end{cases} \text{ arba } \begin{cases} x + y = 8, \\ xy = 15. \end{cases}$$

Gautųjų lygčių sistemų sprendiniai yra duotosios lygčių sistemos sprendiniai.

Atsakymas. $(-3; -5)$, $(-5; -3)$, $(3; 5)$, $(5; 3)$.

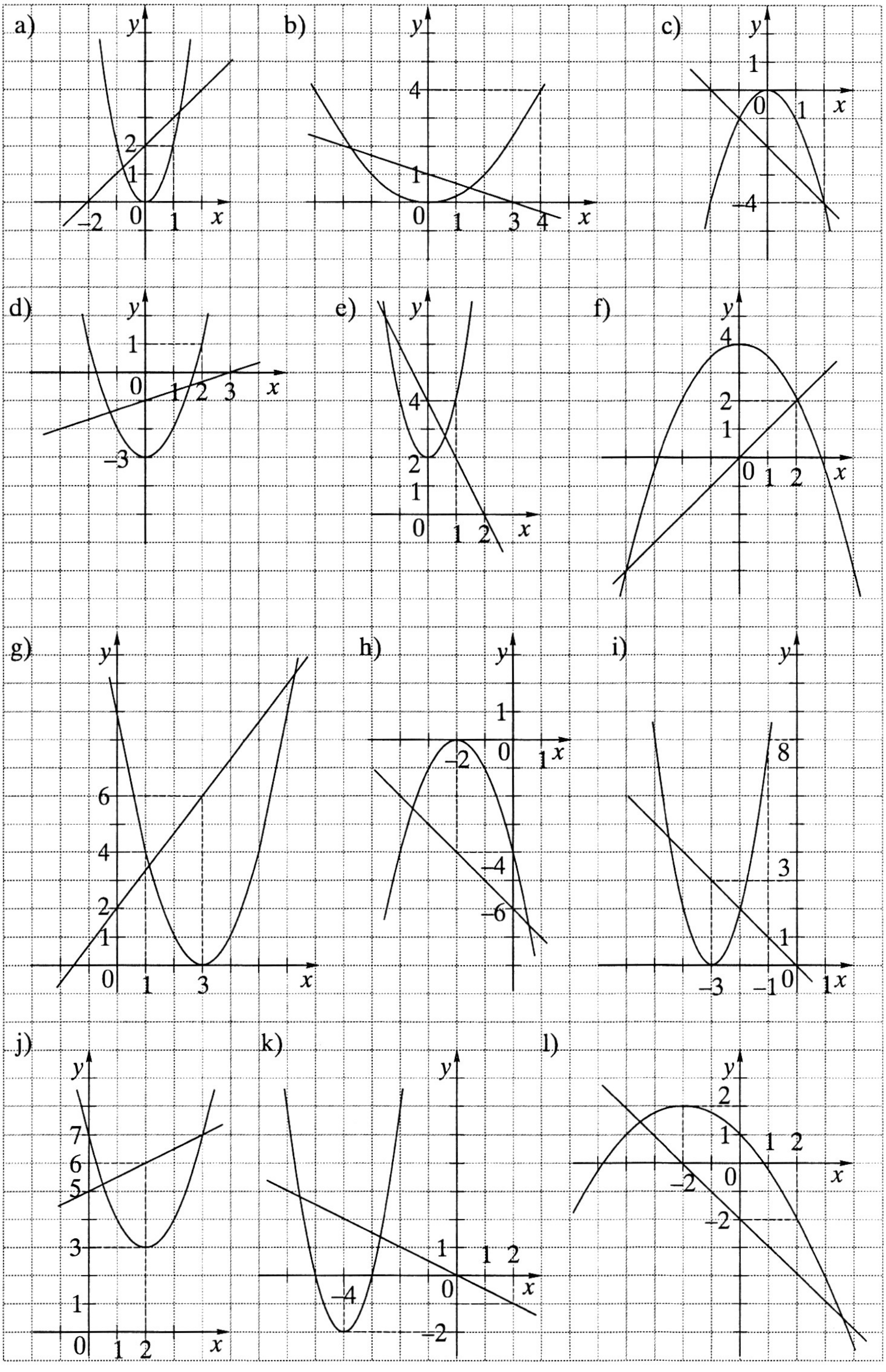
---

5. Nebraižydami grafikų raskite koordinates taškų, kuriuose susikerta:
a) parabolė $y = 14 - x^2$ ir tiesė $y = x + 8$;
b) apskritimas $x^2 + y^2 = 16$ ir tiesė $x - y - 4 = 0$;
c) tiesė $x + y - 4 = 0$ ir hiperbolė $y = \frac{3}{x}$.

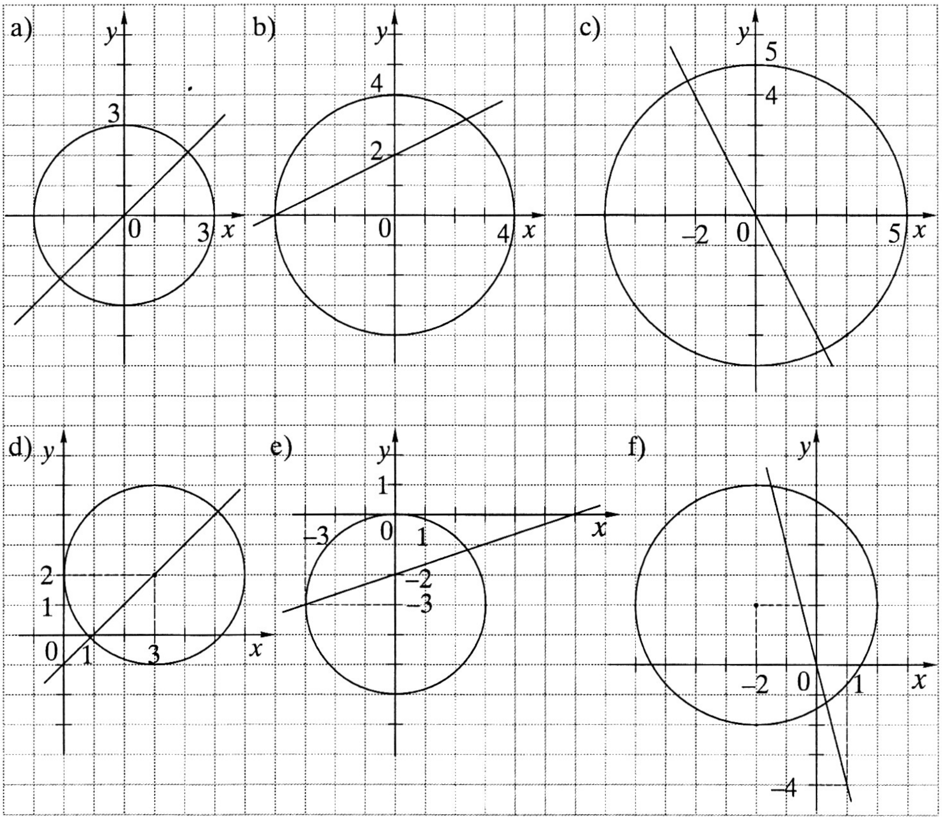
6. Įrodykite, kad tiesė $x - y - 4 = 0$ ir parabolė $y = x^2 - 5x + 5$ turi vieną bendrą tašką. Raskite to taško koordinates.

7. Nebraižydami grafikų nustatykite, ar tiesė $2x - y = 0$ kerta parabolę $y = x^2 - 6x + 16$. Jei kerta, raskite susikirtimo taškų koordinates.

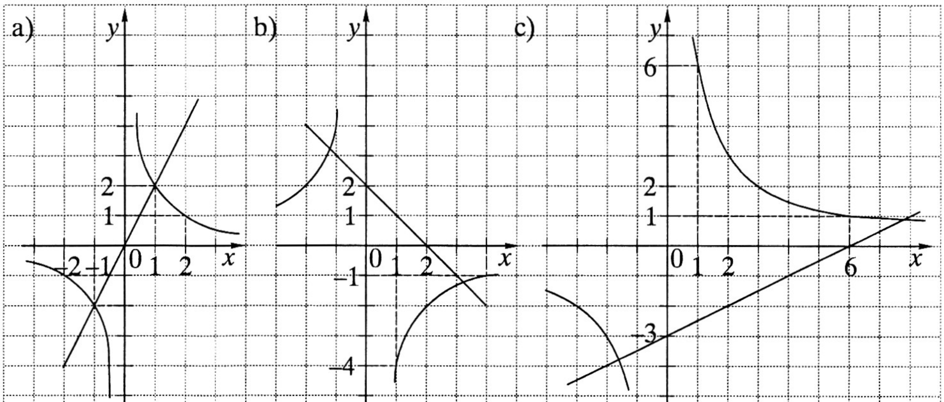
8*. Užrašykite sistemą lygčių, kurių grafikai pavaizduoti brėžinyje. Išspręskite užrašytas lygčių sistemas.



9. Raskite apskritimo ir tiesės susikirtimo taškų koordinates sudarę ir išsprendę lygčių sistemą.



10*. Raskite hiperbolės ir tiesės susikirtimo taškų koordinates sudarę ir išsprendę lygčių sistemą.



11. Įsitikinkite, kad duotosios lygtys yra apskritimų lygtys. Raskite kiekvieno apskritimo centrą ir spindulį.
Nurodymas. Išskirdami pilnąjį kvadratą duotai lygčiai suteikite pavidalą $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$.

a) $x^2+6x+y^2-4y-12=0$ b) $x^2+y^2-2x-8y=19$

c) $x^2+y^2-16x+5y+6{,}25=0$ d) $x^2+y^2-3x-7y-0{,}5=0$

12. Nustatykite, kiek bendrų taškų turi apskritimas ir tiesė. Raskite tų taškų koordinates. Iliustruokite rezultatus grafiškai.

a) $(x-5)^2+y^2=5$ ir $2y=x$;

b) $x^2+y^2=7$ ir $2x-y=7$;

c) $x^2+y^2=100$ ir $9y=8x+10$;

d) $x^2+y^2-10x+4y=-13$ ir $x-y=3$.

13. Nebraižydami grafikų įrodykite, kad tiesė $y=2x+8$ eina per centrą apskritimo:
a) $x^2+(y-8)^2=16$; b) $x^2+y^2+6x-4y+8=0$.

14. Patikrinkite, ar tiesė $3x+2y=6$ eina per apskritimo $x^2+y^2+4x-12y+24=0$ centrą.

15. Nustatykite, kiek bendrų taškų turi du nurodyti apskritimai. Raskite tų taškų koordinates. Iliustruokite rezultatus grafiškai.

a) $x^2+y^2=16$ ir $(x-4)^2+y^2=16$;

b) $x^2+y^2=4$ ir $x^2+(y-6)^2=25$;

c) $x^2+y^2=20$ ir $(x-2)^2+(y+1)^2=13$;

d) $x^2+y^2=5$ ir $x^2+y^2-12x+6y=-25$.

16. Raskite a ir b reikšmes, jei žinoma, kad:

a) skaičių pora (3; 2) yra lygčių sistemos $\begin{cases} x^2-y^2=a, \\ xy=b \end{cases}$ sprendinys;

b) skaičių pora (5; 1) yra lygčių sistemos $\begin{cases} x^2+ay^2=24, \\ x-y=b \end{cases}$ sprendinys.

17. Dviejų teigiamų skaičių suma 5 kartus didesnė už jų skirtumą, o jų kvadratų skirtumas lygus 180. Raskite tuos skaičius.

18. Dviejų skaičių aritmetinis vidurkis lygus 9, o jų kvadratų suma lygi 164. Raskite tuos skaičius.

19. Stačiakampės aikštelės įstrižainė lygi 10 m, o ją juosiančios tvoros ilgis yra 28 m. Kokie aikštelės matmenys?

20. Stačiakampio įstrižainė lygi 15 cm. Jei vieną jo kraštinę sutrumpintume 6 cm, o kitą — 8 cm, tai stačiakampio perimetras taptų 3 kartus trumpesnis. Raskite stačiakampio kraštinių ilgius.

21. Stačiojo trikampio statinių ilgių suma lygi 79 cm. Jei vieną statinį pailgintume 23 cm, o kitą sutrumpintume 11 cm, tai gauto trikampio įžambinė būtų tokio pat ilgio, kaip ir pradinio. Raskite pradinio trikampio statinių ilgius.

22. Stačiojo trikampio statinių ilgių skirtumas lygus 5 dm. Jei ilgesnįjį statinį pailgintume 4 dm, o trumpesnįjį sutrumpintume 8 dm, tai gauto trikampio įžambinė būtų tokio pat ilgio, kaip ir pradinio. Raskite pirmojo trikampio statinių ilgius.

23. Stačiojo trikampio įžambinės ilgis lygus 13 cm. Jei vieną jo statinį pailgintume 4 cm, tai įžambinė pailgėtų 2 cm. Raskite pradinio trikampio statinių ilgius.

24. Iš uosto tuo pačiu metu išplaukė du motorlaiviai: vienas — į pietus, kitas — į rytus. Vienas iš motorlaivių kas valandą nuplaukdavo 3 km daugiau negu kitas. Po 2 h atstumas tarp jų buvo 174 km. Apskaičiuokite kiekvieno motorlaivio greitį.

25. Raskite stačiojo trikampio statinių ilgius, jei jo įžambinės ilgis lygus 41 cm, o plotas — 180 cm^2.

26. Stačiojo trikampio plotas lygus 44 cm^2. Jei vieną jo statinį sutrumpintume 1 cm, o kitą pailgintume 2 cm, tai gauto trikampio plotas būtų lygus 50 cm^2. Raskite pradinio trikampio statinių ilgius.

27. Kiekvieną minutę dviratininkas nuvažiuoja 500 m mažiau negu motociklininkas, todėl 120 km atstumą jis važiuoja 2 h ilgiau. Apskaičiuokite kiekvieno jų greitį.

28. Likus 70 km iki galinės stoties, traukinys vėlavo 10 min. Kad atvyktų laiku į galinę stotį, jis padidino greitį 10 km/h. Kokiu greičiu traukinys važiavo paskutinius 70 km?

29. Iš namų į sodą Petras dviračiu važiuodavo tam tikru greičiu. Vieną kartą jis važiavo 3 km/h mažesniu greičiu negu paprastai ir todėl kelyje užtruko 20 minučių ilgiau. Kitą kartą, kas valandą nuvažiuodamas 1 km daugiau negu paprastai, į sodą atvažiavo 5 minutėmis anksčiau. Koks atstumas nuo Petro namų iki sodo?

30. Iš dviejų miestų, tarp kurių atstumas lygus 270 km, tuo pačiu metu vienas priešais kitą išvyko du traukiniai ir susitiko po 3 h. Vienas traukinys visą kelią važiuoja 1 h 21 min ilgiau už kitą. Raskite kiekvieno traukinio greitį.

31. Turistas 90 km plaukė valtimi ir 10 km ėjo pėsčiomis. Ėjo jis keturiomis valandomis mažiau, negu plaukė. Jeigu turistas eitų tiek pat laiko, kiek plaukė, o plauktų tiek pat laiko, kiek ėjo, tai ir eidamas, ir plaukdamas įveiktų vienodą atstumą. Kiek laiko turistas ėjo ir kiek laiko plaukė?

32. Turistas $\frac{5}{8}$ viso kelio važiavo automobiliu, o kitą dalį plaukė kateriu. Katerio greitis 20 km/h mažesnis negu automobilio. Automobiliu turistas važiavo 15 minučių ilgiau, negu plaukė kateriu. Visas turisto kelias lygus 160 km. Koks automobilio greitis ir koks — katerio?

33. Du broliai išsirengė pasivažinėti: vyresnysis — motociklu, o jaunesnysis — dviračiu. Juodu važinėjosi dvi valandas: iki miško ir nesustodami atgal. Vyresnysis brolis per tą laiką nuvažiavo 40 km ilgesnį atstumą, negu jaunesnysis. Motociklininkas kiekvieną kilometrą nuvažiuodavo 4 minutėmis greičiau negu dviratininkas. Kiek kilometrų nuvažiavo kiekvienas brolis?

34. 108 mokiniai rašė bandomąjį egzamino darbą. Jiems buvo išdalyta 480 lapų popieriaus. Kiekviena mergaitė gavo vienu lapu daugiau negu kiekvienas berniukas, o visos mergaitės kartu — tiek pat lapų, kiek ir visi berniukai. Kiek buvo mergaičių ir kiek — berniukų?

35. 60 t kroviniams pervežti buvo numatytas tam tikras skaičius sunkvežimių. Tačiau į kiekvieną sunkvežimį tilpo 0,5 t krovinių mažiau, negu buvo numatyta. Dėl to prireikė dar 4 sunkvežimių. Kiek sunkvežimių reikėjo iš pradžių?

36. Salėje eilėmis buvo sustatyta 500 kėdžių. Kiekvienoje eilėje kėdžių buvo po lygiai. Po rekonstrukcijos kiekvienoje eilėje tilpo 5 kėdėmis daugiau, o salėje — 5 eilėmis mažiau, negu buvo iš pradžių. Dėl to bendras vietų skaičius salėje sumažėjo $\frac{1}{10}$ ankstesnio kėdžių skaičiaus. Kiek eilių ir kiek kėdžių kiekvienoje eilėje buvo salėje iš pradžių?

37. Du autokrautuvai, dirbdami kartu, gali atlikti darbą per 20 h. Per kiek valandų gali atlikti šį darbą kiekvienas autokrautuvas, dirbdamas atskirai, jeigu žinoma, kad antras gali jį atlikti 9 valandomis greičiau negu pirmas?

38. Du televizorių surinkėjai, dirbdami kartu, gali atlikti užduotį per 30 h. Per kiek valandų gali atlikti tą užduotį kiekvienas surinkėjas, dirbdamas atskirai, jeigu pirmas surinkėjas atlikdamas visą užduotį sugaišta 11 h daugiau negu antras?

39. Du skirtingi kroviniai automobiliai krovinį perveža per 3 h 45 min. Vienas iš jų, dirbdamas atskirai, gali atlikti tą darbą 4 valandomis greičiau už kitą. Per kiek laiko pervežtų krovinį kiekvienas automobilis, dirbdamas atskirai?

40*. Dvi siuvėjos, dirbdamos kartu, gali atlikti užsakymą per 10 dienų. Po 7 bendro darbo dienų viena siuvėja buvo perkelta į kitą darbą, o kita baigė užsakymą dar po 9 dienų. Per kiek dienų atliktų tą užsakymą kiekviena siuvėja, dirbdama atskirai?

41*. Dvi statybininkų brigados statė vieną objektą. Po 5 bendro darbo dienų antroji brigada buvo nukreipta į kitą aikštelę. Darbą baigė viena pirmoji brigada dar po 9 dienų. Per kiek dienų galėtų atlikti visą darbą kiekviena brigada, dirbdama atskirai, jei antrajai brigadai atlikti tą darbą reikia 12 dienų mažiau, negu pirmajai?

42. Du dažytojai, dirbdami kartu, darbą atliko per 2 dienas. Jei pirmasis būtų dirbęs 2 dienas, o antrasis — vieną, būtų atlikta $\frac{5}{6}$ viso darbo. Per kiek dienų gali atlikti tą darbą kiekvienas dažytojas, dirbdamas atskirai?

43*. Kol pripildė baseiną, 2 h vanduo tekėjo pirmu vamzdžiu, po to 4 h — dar ir kitu vamzdžiu. Vienas antrasis vamzdis gali pripildyti baseiną 1,5 karto greičiau, nei vienas pirmasis. Per kiek valandų gali pripildyti baseiną kiekvienas vamzdis, dirbdamas atskirai?

44*. Pirmu vamzdžiu baseinas pripildomas 5 valandomis greičiau negu antru. Jei vanduo į baseiną 5 h tekėtų tik pirmu vamzdžiu, po to 7,5 h — tik antru vamzdžiu, tai baseinas būtų pilnas. Per kiek valandų pripildo baseiną abu vamzdžiai, veikdami kartu?

45. Išbandžius du variklius paaiškėjo, kad pirmasis sunaudojo 300 g, o antrasis — 192 g benzino, nors antrasis veikė 2 h trumpiau negu pirmasis. Pirmasis variklis per valandą sunaudoja 6 g benzino daugiau negu antrasis. Kiek benzino per valandą sunaudoja kiekvienas variklis?

46. Dviženklis skaičius 4 kartus didesnis už jo skaitmenų sumą, o skaitmenų sumos kvadratas 2,25 karto didesnis už patį skaičių. Raskite tą skaičių.

47. Dviženklio skaičiaus vienetų skaitmuo 2 vienetais didesnis už dešimčių skaitmenį. To skaičiaus ir jo skaitmenų sumos sandauga lygi 280. Raskite tą dviženklį skaičių.

48. Dviženklio skaičiaus skaitmenų sandauga tris kartus mažesnė už patį skaičių. Jei prie ieškomo skaičiaus pridėtume 18, gautume skaičių, užrašytą tais pačiais skaitmenimis, tik atvirkščia tvarka. Raskite pradinį skaičių.

49. Jeigu dviženklį skaičių padalysime iš jo skaitmenų sandaugos, tai dalmuo bus lygus $\frac{16}{3}$. Jeigu iš ieškomo skaičiaus atimsime 9, tai skirtumas bus irgi dviženklis skaičius, kuris skirsis nuo ieškomo skaičiaus tik skaitmenų tvarka. Raskite pradinį dviženklį skaičių.

50*. Jeigu dviženklį skaičių padalysime iš jo skaitmenų sandaugos, tai gausime dalmenį 3 ir liekaną 9. Jei iš ieškomo skaičiaus skaitmenų sumos kvadrato atimsime jo skaitmenų sandaugą, tai gausime ieškomą dviženklį skaičių. Raskite tą skaičių.

51*. Jeigu dviženklį skaičių padalysime iš jo skaitmenų sandaugos, tai gausime dalmenį 1 ir liekaną 16. Jei prie ieškomo skaičiaus skaitmenų skirtumo kvadrato pridėsime jo skaitmenų sandaugą, tai gausime ieškomą dviženklį skaičių. Raskite tą skaičių.

52. Duoti du dviženkliai skaičiai, kurių antrasis užrašytas tais pačiais skaitmenimis, kaip ir pirmasis, tik atvirkščia tvarka. Pirmąjį skaičių padalijęs iš antrojo, gausime dalmenį 1,75. Pirmojo skaičiaus ir jo dešimčių skaitmens sandauga 3,5 karto didesnė už antrąjį skaičių. Raskite abu pradinius skaičius.

53. Trupmenos skaitiklis 5 vienetais didesnis už vardiklį. Jei šios trupmenos skaitiklį padidintume vienetu, o vardiklį padaugintume iš 2, tai gautume trupmeną, vienetu mažesnę už pradinę. Raskite pradinės trupmenos reikšmę.

54. Jei paprastosios trupmenos skaitiklį pakeltume kvadratu, o iš vardiklio atimtume 1, tai gautume trupmeną, lygią 2. Jei iš tos pačios trupmenos skaitiklio atimtume 1, o prie vardiklio pridėtume 1, tai gautume trupmeną, lygią $\frac{1}{4}$. Raskite pradinę trupmeną.

55. Pirmosios trupmenos vardiklis 7 vienetais mažesnis už skaitiklį. Jei šios trupmenos skaitiklį padidintume 2 vienetais, o vardiklį padaugintume iš 2, tai pirmoji trupmena būtų vienetu didesnė už antrąją. Raskite antrosios trupmenos reikšmę.

56. Jei prie paprastosios trupmenos skaitiklio pridėtume 7, o vardiklį pakeltume kvadratu, tai gautume trupmeną, lygią $\frac{3}{4}$. Jei tos pačios trupmenos skaitiklio nekeistume, o prie vardiklio pridėtume 6, tai gautume trupmeną, lygią $\frac{1}{2}$. Raskite pradinę trupmeną.

4. KVADRATINĖS NELYGYBĖS

1. Grafiškai parodykite, kad:

a) nelygybė $x^2 < 2x - 4$ sprendinių neturi;

b) nelygybės $x^2 > 3x - 5$ sprendinys yra bet kuris skaičius.

2. Išspręskite nelygybę grafiškai:

a) $x^2 > 2x - 1$ b) $x^2 > 2 - x$ c) $x^2 < 6 - x$

d) $x^2 > 2x - 4$ e) $\frac{1}{x} > x$ f) $x^2 > x$

3. Išspręskite nelygybę:

a) $x^2 - x - 6 \geqslant 0$ b) $2x^2 - 7x - 4 < 0$ c) $x^2 + 3x + 2 < 0$

d) $-2x^2 + 5x - 3 > 0$ e) $x^2 + x + 1 > 0$ f) $x^2 - 11x + 30 \leqslant 0$

g) $x^2 - 2x + 5 < 0$ h) $3x^2 - 5x - 2 \leqslant 0$ i) $x^2 - 6x + 9 > 0$

j) $-x^2 + 4x - 4 < 0$ k) $-4x^2 - 4x - 1 \geqslant 0$ l) $9x^2 - 12x + 4 \leqslant 0$

4. Jei $a^2 > a$, tai:

A $a > 1$ **B** $0 < a < 1$ **C** $a < 0$ **D** $a < 0$ arba $a > 1$ **E** $a < 1$

5. 1) Raskite funkcijos $f(x) = 3 - x - x^2$ didžiausią reikšmę.

2) Su kuriomis argumento reikšmėmis šios funkcijos reikšmės ne didesnės už 1?

6. Ar su visais natūraliaisiais n teisingas teiginys, kad $n^2 - 5n + 16 > 3n$?

7*. Su kuriomis a reikšmėmis funkcijos $f(x) = x^2 + ax + 4$ grafikas su Ox ašimi neturi bendrų taškų?

8. Nelygybės $x^2 + x - 20 < 0$ sveikųjų sprendinių suma lygi:

A -5 **B** -4 **C** 0 **D** 4 **E** 5

9. Nelygybės $19x + 7 - 6x^2 > 0$ natūraliųjų sprendinių sandauga lygi:

A 0 **B** 1 **C** 3 **D** 6 **E** 24

10. Raskite nelygybės teigiamus sprendinius:

a) $x^2 - x - 6 \geqslant 0$ b) $4x^2 - 4x - 3 > 0$ c) $2x^2 + 3x - 5 < 0$

d) $-3x^2 + 11x + 4 \geqslant 0$ e) $-x^2 + 2x + 8 \leqslant 0$ f) $6x^2 - 19x - 7 \geqslant 0$

11. Raskite nelygybės neigiamus sprendinius:

a) $-2x^2 - 7x + 22 \geqslant 0$ b) $2x^2 + 3x - 9 < 0$ c) $3x^2 + 5x - 28 \leqslant 0$

d) $-2x^2 - x + 10 > 0$ e) $x^2 + x - 12 \geqslant 0$ f) $-2x^2 - 13x - 15 < 0$

12. Įrodykite, kad su visomis a reikšmėmis yra teisinga nelygybė:

a) $a^2 + 7 > 5a$ b) $2a^2 - 3 \geqslant 12a - 21$
c) $6a - 7 < 3a^2 - 2$ d) $4a(a-1) + (5a-1)(a+1) > -12$
e) $5a^2 + 25 > 20a$ f) $(3a+2)(2a-0{,}5) - 2{,}5a(3a+1) < 3$
g) $12a - 1 \leqslant 6a^2 + 5$ h) $(4a-0{,}3)(3a+0{,}1) - 2a(6a-0{,}25) < 1$
i) $-3a^2 + 30a < 81$ j) $(2a-5)(2a-4) + (a-3)(a-5) > 1$

13*. Su kuriomis m reikšmėmis duotos nelygybės sprendinys yra bet kuris skaičius?

a) $x^2 - 2x + m > 0$ b) $x^2 - mx + 1 < 0$
c) $x^2 + mx + m - 0{,}75 > 0$ d) $2x^2 + (m-1)x + 3\frac{1}{8} > 0$
e) $-x^2 + (2-m)x + 2 - m < 0$ f) $-2x^2 + mx + m + 1\frac{7}{8} < 0$

14*. Su kuriomis a reikšmėmis kvadratinis trinaris įgyja tik teigiamas reikšmes?

a) $2x^2 + x + a$ b) $4x^2 - ax + 9$ c) $3x^2 + 2ax + a - \frac{3}{4}$
d) $-x^2 + 2ax - 16$ e) $x^2 + 0{,}5ax + 1$ f) $x^2 - 3ax + 9$

15*. Su kuriomis b reikšmėmis kvadratinis trinaris įgyja tik neigiamas reikšmes?

a) $-x^2 + 6x + b$ b) $-2x^2 + bx - 8$ c) $2bx - x^2 + 9$
d) $bx - x^2 + 6{,}25$ e) $-4 - 3bx - x^2$ f) $-x^2 + (b-1)x - 6{,}25$

16*. Su kuriomis b reikšmėmis neturi sprendinių nelygybė:

a) $x^2 + 2x + b \leqslant 0$ b) $x^2 + bx + 3 < 0$
c) $3x^2 + (1-b)x + 1\frac{1}{3} \leqslant 0$ d) $-x^2 + x + b < 0$
e) $-x^2 - (b-1)x - 1 \leqslant 0$ f) $-x^2 + bx - 16 \geqslant 0$?

17. Ar yra tokia kintamojo x reikšmė, su kuria neteisinga nelygybė:

a) $36x^2 - 12x + 1 > 0$ b) $-4x^2 - 12x - 9 < 0$
c) $-x^2 - 2 < 0$ d) $(x-5)^2 + (x-4)^2 > 0$
e) $(2x-9)^2 > 0$ f) $25x^2 - 10x + 4 > 0$?

18*. 1) Žinoma, kad nelygybės $ax^2 + bx + 8 < 0$ sprendinių aibė yra skaičių intervalas $(3; 5)$. Schemiškai nubraižykite funkcijos $f(x) = ax^2 + bx + 8$ grafiką.
2) Ar yra tokios a ir b reikšmės, su kuriomis nelygybės $ax^2 + bx + 8 > 0$ $(a \neq 0)$ sprendinių aibė tuščia. Atsakykite remdamiesi funkcijos $f(x) = ax^2 + bx + 8$ grafiko eskizu.

19. Palyginkite didžiausią natūralųjį nelygybės $x^2 + 3x - 4 \leqslant 0$ sprendinį su mažiausiu natūraliuoju nelygybės $x^2 - 3x \leqslant 0$ sprendiniu.

20. Raskite natūraliųjų nelygybės $x^2 - 10x + 24 \leqslant 0$ sprendinių mažiausiąjį bendrąjį kartotinį ir didžiausiąjį bendrąjį daliklį.

21. Iš trijų skaičių $2\sqrt{3}$, $3\sqrt{2}$ ir $\sqrt{5}$ raskite mažiausią tokį, kuris būtų nelygybės $4x^2 - 28x + 45 < 0$ sprendinys.

22*. Ar yra tokių a reikšmių, su kuriomis funkcijos $f(x) = ax^2 + 5x + 4$ grafikas būtų žemiau x ašies?

23*. Su kuriomis m reikšmėmis funkcijos $f(x) = mx^2 + 5x + 4$ grafikas yra virš x ašies?

24. 1) Raskite funkcijų $f(x) = 3 + 2x - x^2$ ir $g(x) = 7x + 9$ grafikų susikirtimo taškų koordinates.
2) Nustatykite, kuris skaičius didesnis: $2f\left(\frac{1}{2}\right)$ ar $3g\left(-\frac{1}{2}\right)^2$.
3) Su kuriomis x reikšmėmis funkcijos $f(x)$ reikšmės didesnės už atitinkamas funkcijos $g(x)$ reikšmes?

25*. Su kuriomis a reikšmėmis funkcijų $f(x) = ax - 5$ ir $g(x) = 3x^2 - 4x - 2$ grafikai turi:
a) tik vieną bendrą tašką; b) du bendrus taškus?

26*. Su kuriomis a reikšmėmis funkcijų $f(x) = ax - 7$ ir $g(x) = 2x^2 - 5x + 1$ grafikai neturi bendrų taškų?

27*. Įrodykite, kad su visomis k reikšmėmis duotoji lygtis turi du sprendinius:
a) $x^2 + kx + k - 3 = 0$ b) $x^2 + 2kx + k - 1 = 0$
c) $x^2 + 2(k - 1)x + 2k - 6 = 0$ d) $x^2 - 2(k - 2)x + 2k - 7 = 0$
e) $5kx^2 - 4x - 3k = 0, k \neq 0$ f) $4kx^2 - 6x - k - 1 = 0, k \neq 0$
g) $3kx^2 - 3x - 2k - 1 = 0, k \neq 0$ h) $7kx^2 - 5x - 3k - 1 = 0, k \neq 0$

28. Nustatykite, su kuriomis x reikšmėmis teisinga lygybė:
a) $\sqrt{(x^2 - 3x - 10)^2} = x^2 - 3x - 10$ b) $\sqrt{(x^2 - 9x + 14)^2} = 9x - x^2 - 14$
c) $\sqrt{(x^2 - x + 2)^2} = x^2 - x + 2$ d) $\sqrt{(2x^2 - x + 1)^2} = x - 2x^2 - 1$

29*. Kiek taškų su teigiamomis sveikosiomis koordinatėmis yra žemiau parabolės $y = -x^2 + 4x - 1$?

30. Raskite funkcijos $f(x) = -x^2 - 6x - 5$ reikšmių aibę, jeigu x kinta intervale $[-6; -2]$.

31. Raskite tuos nelygybės $x^2 - 6x + 8 > 0$ sprendinius, kurie yra lygties $\frac{3}{x+1} + \frac{4}{x} = -2$ sprendiniai.

32. Kurie lygties $\frac{1}{x} + \frac{2}{x+1} - 2 = 0$ sprendiniai yra ir nelygybės $x^2 + 5x - 6 < 0$ sprendiniai?

33*. Ar ekvivalenčios nelygybės:
a) $x^2 - x + 5 < 0$ ir $x^2 + 2x + 7 < 0$;
b) $x^2 - x + 5 > 0$ ir $x^2 + 2x + 7 < 0$;
c) $x^2 - x + 5 > 0$ ir $x^2 + 2x + 7 > 0$?

34. Raskite visas x reikšmes, su kuriomis turi prasmę reiškinys:
a) $\sqrt{3 - x} + \sqrt{x^2 - 9}$ b) $\sqrt{x - 2} + \sqrt{4 - x^2}$ c) $\sqrt{9x - x^2}$
d) $\frac{\sqrt{x^2 + x - 6}}{x - 2}$ e) $\frac{\sqrt{x^2 - 2x - 8}}{x + 2}$ f) $3\sqrt{2x - 3} - 2\sqrt{4x^2 - 9}$
g) $\sqrt{-x}$ h) $\sqrt{-9 - x}$ i) $\sqrt{x} + \sqrt{-x}$

35. Ar sutampa apibrėžimo sritys reiškinių:

a) $\sqrt{(x-1)(x+2)}$ ir $\sqrt{x-1}\cdot\sqrt{x+2}$; b) $\sqrt{\frac{x^2-4}{x-1}}$ ir $\frac{\sqrt{x^2-4}}{\sqrt{x-1}}$?

36*. Išspręskite nelygybių sistemą:

a) $\begin{cases} x^2-14x+45<0, \\ 2x-3>4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x^2-4x+3\geqslant 0, \\ 7x+4<12-x \end{cases}$ c) $\begin{cases} x^2-6x-27>0, \\ 4x-1>7 \end{cases}$

d) $\begin{cases} |2x-3|\leqslant 1, \\ 3-4x<11 \end{cases}$ e) $\begin{cases} \frac{2-x}{x+1}\leqslant 2, \\ 3x-1>x \end{cases}$ f) $\begin{cases} x^2-3x+2\geqslant 0, \\ |2x-3|<1 \end{cases}$

37*. Raskite nelygybių sistemos $\begin{cases} x^2-5x-6<0, \\ x^2-3x>0 \end{cases}$ visų sveikųjų sprendinių sandaugą.

38*. Raskite visas m reikšmes, su kuriomis lygtis $x^2-(m-2)x+5-m=0$ turi du skirtingus teigiamus sprendinius.

39*. Raskite visas k reikšmes, su kuriomis lygtis $x^2-(k-4)x+5-2k=0$ turi du skirtingus neigiamus sprendinius.

40*. Išspręskite nelygybę:

a) $(2x-1)^2(x-3)\geqslant 0$ b) $(x^2-12x+36)(2x-4)\leqslant 0$

c) $(x^2-4x+4)(x-5)<0$ d) $(x+1)(2x-5)^2>0$

e) $(2x-3)^2>0$ f) $(4-x^2)(2x-7)\geqslant 0$

g) $4x^2-4x+1\leqslant 0$ h) $16-(2x-1)^2\geqslant 0$

i) $(2x+1)^2\leqslant 0$ j) $(4x^2-12x+9)(x+4)\leqslant 0$

<u>41.</u> Su kuriomis a reikšmėmis lygtis $x^4-2ax^2+3=0$ neturi realiųjų sprendinių?

42*. Išspręskite nelygybę:

a) $x^3-64x<0$; b) $x^3-49x>0$; c) $4x^3-9x\leqslant 0$; d) $25x^3-16x\geqslant 0$.

43*. Nelygybės $\frac{(x+2)^2}{(x+1)(2-x)}\geqslant 0$ sveikųjų sprendinių suma lygi:

A −1 **B** 2 **C** 1 **D** 0 **E** 100

44*. Išspręskite nelygybę:

a) $\frac{(x-1)(x+1)}{x+2}\geqslant 0$ b) $\frac{(x-2)(x-3)x^2}{x+1}\leqslant 0$ c) $\frac{(x-1)(x+1)x^2}{x+2}\geqslant 0$

d) $\frac{3x^2-7x+8}{x^2+1}>1$ e) $\frac{3x-4}{x^2-4x+4}\geqslant 0$ f) $\frac{x^2+2x+3}{x^2-2x}<-2$

g) $\frac{x+3}{1-x}\leqslant 1$ h) $\frac{3-5x}{5x+1}\leqslant -2$ i) $\frac{2x^2+5x-3}{x^2+x-6}>0$

j) $\frac{(x+3)(x-2)^2}{x^2+2x-8}\leqslant 0$ k) $\frac{(x+2)(x-1)^2}{2x^2-5x+3}\geqslant 0$ l) $\frac{6x^2+x-1}{2x^2+5x+2}<0$

45*. Raskite nelygybės sveikuosius sprendinius:

a) $\frac{x^2+x+1}{x^2-12x+35}<0$; b) $\frac{-x^2+6x-8}{x^2-x+4}>0$.

46*. a) Su kuriomis x reikšmėmis trupmenos $\frac{x-1}{x}$ reikšmės priklauso intervalui $[-1; 1]$?

b) Su kuriomis y reikšmėmis trupmenos $\frac{y+1}{y}$ reikšmės nepriklauso intervalui $[-2; 2]$?

47*. Raskite tuos nelygybės $(x-2)(x^2-2x+1) \geqslant 0$ sprendinius, su kuriais teisinga nelygybė $\frac{9-x^2}{x+2} \geqslant 0$.

48*. Su kuriomis x reikšmėmis reiškinio $\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x-1}$ reikšmės ne didesnės už 1?

49*. Išspręskite nelygybę:

a) $\frac{1}{x} > 2$ b) $\frac{2}{x} \leqslant 1$ c) $-\frac{4}{x} \geqslant \frac{1}{2}$

d) $\frac{x}{x+3} < 1$ e) $\frac{6}{1-x} > 1$ f) $\frac{1}{x-2} \leqslant 3$

g) $\frac{2}{x-2} < \frac{2}{3}$ h) $\frac{1}{2x} \geqslant \frac{1}{1-x}$ i) $\frac{14x}{3+7x} > 2$

50. Ar su visomis x reikšmėmis teisingas teiginys, kad $\frac{1}{x} < x$?

51*. Ar ekvivalenčios nelygybės:

a) $5x^2 > 2x$ ir $5x > 2$ b) $3x^2 < 7x$ ir $3x < 7$

c) $(2x+5)(3-2x) < 0$ ir $\frac{3-2x}{2x+5} < 0$ d) $(x+2)(x-3) > 0$ ir $\frac{x+2}{x-3} > 0$

e) $x^2 > 4$ ir $x > 2$ f) $x^2 < 9$ ir $x < 3$?

52. Išspręskite nelygybę:

a) $|5-x| < 5$ b) $|1-x| > 3$ c) $|1-4x| > 3$

d) $\frac{1-|x+1|}{2} > -3$ e) $\frac{5+|2x+1|}{2} \geqslant 4$ f) $|x+1| > 5$

53*. Remdamiesi atstumo tarp dviejų koordinačių tiesės taškų formule, išspręskite nelygybę:

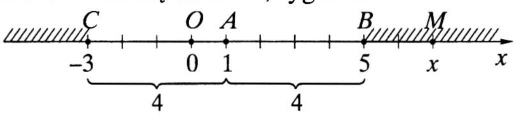
a) $|x+3| > 1$ b) $|x-2| \leqslant 3$

c) $|x-4| \geqslant 4$ d) $|x-1| + |x-5| > 8$

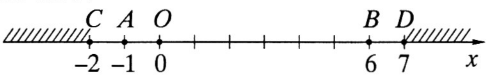
e) $|x+2| + |x-3| < 5$ f) $|x+3| + |x-4| \geqslant 9$

Pavyzdys. Išspręskime nelygybę: a) $|x-1| \geqslant 4$; b) $|x+1| + |x-6| \geqslant 9$.

a) $|x-1|$ — atstumas tarp dviejų koordinačių tiesės taškų $M(x)$ ir $A(1)$. Koordinačių tiesėje pažymėkime tašką $A(1)$ ir taškus B ir C, kurie nuo taško A nutolę atstumu, lygiu 4.



b) Modulių suma reiškia atstumų nuo tam tikro koordinačių tiesės taško $M(x)$ iki taškų $A(-1)$ ir $B(6)$ sumą. Atstumų suma turi būti ne mažesnė už 9.



Kadangi atstumas $AB = 7$, tai atstumų MA ir MB suma bus didesnė už 9 tada, kai tašką M rinksimės į kairę nuo A arba į dešinę nuo B ir nutolusius atitinkamai nuo jų per 1 vienetinę atkarpą.

Atsakymas. a) $x < -3$, $x > 5$; b) $x \leqslant -2$, $x \geqslant 7$.

54*. Nebraižydami grafikų, raskite tas x reikšmes, su kuriomis funkcijos $f(x)$ grafiko taškai yra aukščiau funkcijos $g(x)$ grafiko taškų, jei:
a) $f(x) = -2x^2 - 2x + 12$, $g(x) = 4x + 4$; b) $f(x) = 2x^2 - x - 3$, $g(x) = x + 9$.

55*. Iš taškų, kurių koordinatės tenkina nelygybių sistemą, išrinkite tą, kurio ordinatė didžiausia, ir tą, kurio ordinatė mažiausia. Spręsdami remkitės atitinkamų funkcijų grafikų eskizais.

a) $\begin{cases} y \geqslant x^2 - 4x, \\ y - x - 6 \leqslant 0; \end{cases}$ b) $\begin{cases} y \geqslant x^2 - 4x + 3, \\ y - x - 3 \leqslant 0; \end{cases}$ c) $\begin{cases} y \leqslant -2x^2 - 4x + 6, \\ y \geqslant 2x - 2. \end{cases}$

56*. Iš kiekvienos n-kampio viršūnės nubrėžtos įstrižainės. Jų yra ne daugiau kaip 20. Kiek kraštinių turi n-kampis?

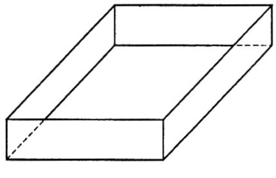
57*. Lygiašonės trapecijos įstrižainės susikerta stačiu kampu.
1) Trapecijos aukštinės ilgį pažymėkite x ir įrodykite, kad trapecijos plotas $S = x^2$.
2) Koks turėtų būti aukštinės ilgis, kad trapecijos plotas būtų ne mažesnis už 16 ir ne didesnis už 48 kvadratinius vienetus?

58*. Stačiojo trikampio įžambinės ilgis lygus 1.
1) Trikampio perimetrą pažymėkite p ir įrodykite, kad trikampio plotą S galima išreikšti funkcija $S(p) = 0{,}25((p-1)^2 - 1)$.
2) Raskite galimų p reikšmių sritį.

59*. Į lygiakraštį trikampį įbrėžto apskritimo spindulį pažymėkite r.
1) Įrodykite, kad trikampio plotas $S = 3\sqrt{3}r^2$.
2) Kokio ilgio turėtų būti apskritimo spindulys, kad trikampio plotas būtų ne mažesnis už $27\sqrt{3}$ ir ne didesnis už $108\sqrt{3}$ kvadratinius vienetus?

60*. Į apskritimą įbrėžto taisyklingojo trikampio kraštinė lygi a.
1) Įrodykite, kad į tą patį apskritimą įbrėžto kvadrato plotas $S = \frac{2a^2}{3}$.
2) Koks turėtų būti trikampio kraštinės ilgis, kad kvadrato plotas S būtų ne mažesnis už 6 ir ne didesnis už 24?

61*. Iš stačiakampio lakšto, kurio matmenys 20 cm×30 cm, iškirpus nuo kiekvieno kampo po kvadratėlį, reikia padaryti atvirą dėžutę.
1) Kvadratėlio kraštinės ilgį pažymėkite x ir įrodykite, kad dėžutės dugno plotas $S = 4x^2 - 100x + 600$.
2) Koks turėtų būti kvadratėlio kraštinės ilgis, kad dėžutės dugno plotas būtų ne mažesnis už 200 cm^2?



62*. Su kokiu cinko kiekiu reikia sulydyti 16 kg vario, kad gautume lydinį, kuriame būtų daugiau kaip 20%, bet mažiau kaip 40% vario?

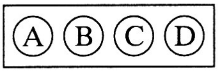
5. KOMBINATORIKA. TIKIMYBĖS

1. Iš 12 skirtingų braškių veislių mama nori išsirinkti:
a) dvi; b) keturias veisles.
Kiek skirtingų galimybių ji turi?

2. Iš 15 skirtingų atvirukų Greta nori išsirinkti:
a) 2; b) 3; c) 4; d) 5 atvirukus.
Kiek skirtingų galimybių ji turi?

3. Viktoras perka sau, sesei ir broliui po vieną skirtingą žurnalą. Spaudos kioske yra 8 skirtingi žurnalai, iš kurių jis renkasi. Keliais skirtingais būdais Viktoras gali išsirinkti žurnalus?

4. Kelioninių lagaminų užrakto kodą sudaro keturios skirtingos raidės iš 10 galimų.



Kiek daugiausiai lagaminų gali turėti skirtingus užraktų kodus?

5. Keliais skirtingais būdais 5 žmonės gali sustoti eilėje?



6. Keliais skirtingais būdais 5 žmonės gali susėsti eilėje, kurioje yra sunumeruotos:
a) 5 kėdės; b) 6 kėdės; c) 10 kėdžių?

7. Kiek yra skirtingų dviženklių skaičių, neturinčių skaitmens 9? Kiek iš tų skaičių yra sudaryti iš skirtingų skaitmenų?

8. Kiek iš skaičių nuo 10 iki 99 yra:
a) neturinčių skaitmens 3;
b) neturinčių skaitmens 5;
c) neturinčių skaitmenų 3 ir 5;
d) tokių, kurių paskutinis skaitmuo lyginis;
e) tokių, kurių paskutinis skaitmuo nelyginis;
f) tokių, kurių pirmas skaitmuo nelyginis, o paskutinis lyginis?

9. Kiek iš skaičių nuo 100 iki 999 yra neturinčių:
a) skaitmens 4; b) skaitmens 6; c) skaitmenų 4 ir 6?

10. Kiek yra tokių keturženklių skaičių, kurie:
a) baigiasi 0 b) baigiasi 5 c) dalijasi iš 10
d) dalijasi iš 5 e) yra lyginiai f) yra nelyginiai
g) prasideda lyginiu, o baigiasi — nelyginiu skaitmeniu?

11*. Kiek yra natūraliųjų skaičių, kurie dalijasi iš 5 ir yra mažesni už:
a) 100; b) 1000?

12*. Egzamino darbams užšifruoti pasirinktos 8 skirtingos raidės. Kiek iš jų galima sudaryti šifrų-žodžių, kuriuos sudarytų ne mažiau kaip trys ir ne daugiau kaip šešios skirtingos raidės?

13. Justinas turi 7 skirtingas vaizdajuostes. Kelias būdais jis gali paskolinti draugui: a) dvi; b) tris; c) keturias; d) ne mažiau kaip tris; e) ne daugiau kaip keturias vaizdajuostes?

14. Krepšinio komandos treneriui, sudarant 5 žaidėjų komandą, iš 6 puolėjų reikia išrinkti 2 ir iš 8 gynėjų — 3. Keliais skirtingais būdais tai galima padaryti?

15. Iš skaitmenų 1, 2, 3, 4, 5, 6 reikia išrinkti keturis: du lyginius ir du nelyginius skirtingus skaitmenis. Keliais būdais tai galima padaryti?

16*. Iš skaitmenų 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 sudaromi keturženkliai skaičiai. Kiekvienas skaičius turi po 2 lyginius ir 2 nelyginius skaitmenis ir nei vienas skaitmuo skaičiuje nesikartoja. Kiek galima sudaryti tokių keturženklių skaičių?

17. Mokinys iš 10 siūlomų rašinių temų turi pasirinkti:
a) dvi; b) keturias; c) šešias.
Kiek skirtingų galimybių jis turi (temų pasirinkimo tvarka nesvarbi)?

18*. Studentas turi susidaryti 3 egzaminų laikymo tvarkaraštį. Jis gali pasirinkti bet kurią iš penkių darbo dienų ir rytinį arba popietinį laiką. Kiek skirtingų tvarkaraščių gali sudaryti studentas, jei per dieną jis gali laikyti tik vieną egzaminą?

19. Iš 8 deputatų renkami 4 komiteto nariai. Kiek skirtingų komitetų galima sudaryti, jei:
a) bet kuris iš 8 deputatų gali tapti jo nariu;
b) vienas iš deputatų — Giedraitis privalo būti būtent šiame komitete;
c) du deputatai — Adomaitis ir Bernotėnas turi būti šiame komitete?

20. Jaunius perka draugui dovaną gimtadienio proga. Parduotuvėje yra 20 skirtingų kompaktinių diskų ir 10 skirtingų knygų. Kiek skirtingų galimybių turi Jaunius, jei jis nori draugui padovanoti:
a) du kompaktinius diskus; b) tris knygas; c) du kompaktinius diskus ir tris knygas?

21. Klasėje mokosi 30 mokinių — 18 mergaičių ir 12 berniukų. Iš jų atsitiktinai išrenkami 4 mokiniai užsienio delegacijos sutikimui. Keliais skirtingais būdais galima tai padaryti, jei:
a) nėra jokių apribojimų mokinių išrinkimui;
b) būtinai turi būti išrinkti 2 berniukai ir 2 mergaitės;

c) vienas mokinys — Aidas privalo būti tarp išrinktųjų;
d) du mokiniai — Goda ir Vilius turi būti tarp išrinktųjų?

22. Į 3 darbo vietas įmonėje pretenduoja 9 kandidatai. Keliais skirtingais būdais gali būti užimtos šios darbo vietos, jei jos yra:
a) vienodos; b) skirtingos?

23. Mokytojas paruošė 12 uždavinių sąrašą. Keliais būdais jis gali kontroliniam darbui išrinkti iš sąrašo 5 uždavinius, jei:
a) nėra kitų apribojimų;
b) du uždaviniai renkami iš pirmųjų 6, o trys — iš likusių?

24. 20 mokinių dalyvavo piešinių konkurse. Keliais skirtingais būdais gali būti išdalyti 3 prizai, jeigu dalyvis gali gauti tik vieną prizą ir visi prizai yra:
a) vienodi; b) skirtingi?

25. Maišelyje yra 15 raudonų ir 10 geltonų ledinukų. Atsitiktinai paimame vieną ledinuką. Kokia tikimybė, kad jis yra:
a) raudonas; b) geltonas?

26. Dėžutėje yra 8 balti ir 4 raudoni kubeliai. Atsitiktinai ištraukiami du kubeliai. Apskaičiuokite tikimybę įvykio:
a) A — abu ištraukti kubeliai yra raudoni;
b) B — abu ištraukti kubeliai yra balti;
c) C — vienas ištrauktas kubelis yra baltas, o kitas — raudonas?

27. Dėžėje yra 4 raudoni ir 6 balti rutuliai. Atsitiktinai ištraukiami 3 rutuliai. Apskaičiuokite tikimybes įvykių:
a) A — visi ištraukti rutuliai yra raudoni;
b) B — visi ištraukti rutuliai yra balti;
c) C — vienas ištrauktas rutulys yra baltas, du — raudoni;
d) D — vienas ištrauktas rutulys yra raudonas, du — balti.

28. Iš 15 loterijos bilietų 5 yra laimingi. Atsitiktinai traukiami 3 bilietai. Apskaičiuokite tikimybes įvykių:
a) A — visi ištraukti bilietai yra „laimingi“;
b) B — visi ištraukti bilietai yra „nelaimingi“;
c) C — vienas ištrauktas bilietas yra „laimingas“, du — „nelaimingi“;
d) D — du ištraukti bilietai yra „laimingi“, vienas — „nelaimingas“.

29. Į sportines varžybas vyksta 4 mergaitės ir 7 berniukai. Į mokyklos mikroautobusą telpa 7 keleiviai, o likusieji važiuoja trenerio automobiliu. Mikroautobusu važiuojantys mokiniai išrenkami burtų keliu. Apskaičiuokite tikimybes įvykių:
a) A — visi mikroautobuso keleiviai yra berniukai;
b) B — visos mergaitės važiuoja mikroautobusu;
c) C — 2 mikroautobuso keleiviai yra mergaitės, 5 — berniukai;
d) D — 3 mikroautobuso keleiviai yra mergaitės, o 4 — berniukai?

30. Krepšelyje yra 6 saldainiai „Pelenė", 4 saldainiai „Undinėlė" ir 3 saldainiai „Ananasiniai". Laima atsitiktinai paėmė 5 saldainius. Kam lygi tikimybė, kad:
a) visi paimti saldainiai yra „Pelenė";
b) visi paimti saldainiai yra „Undinėlė";
c) du paimti saldainiai yra „Pelenė", trys — „Undinėlė";
d) du paimti saldainiai yra „Pelenė", du — „Undinėlė", vienas — „Ananasinis";
e) suformuluokite dar bent tris įvykius, susijusius su aprašytu bandymu, ir apskaičiuokite jų tikimybes.

31. Ant kortelių užrašytos raidės [A] [R] [Ū] [G] [N] [E] [K].
a) Kiek skirtingų septynių raidžių rinkinių iš jų galima sudaryti?
b) Kiek yra tokių rinkinių, kurių paskutinė raidė A?
c) Kiek yra tokių rinkinių, kurių trečioji raidė R, o penktoji — N?
d) Kiek yra tokių rinkinių, kurių paskutinė raidė — balsė?
e) Kam lygi tikimybė, kad atsitiktinai sudarytas raidžių septynetas bus KENGŪRA?
f) Kam lygi tikimybė, kad atsitiktinai sudarytas raidžių rinkinys baigsis raide A?
g) Kam lygi tikimybė, kad atsitiktinai sudarytas raidžių rinkinys baigsis balse?

32. Atsitiktinai išrenkamas triženklis natūralusis skaičius. Kam lygi tikimybė, kad išsirinktasis skaičius:
a) prasideda 9;
b) prasideda 1, o baigiasi 8;
c) yra lyginis;
d) dalijasi iš 5;
e) prasideda lyginiu, o baigiasi nelyginiu skaitmeniu;
f) prasideda ir baigiasi nelyginiu skaitmeniu;
g) prasideda ir baigiasi lyginiu skaitmeniu?

33. a) Apskaičiuokite 9!, žinodami, kad $8! = 40320$.
b) Kam lygu $(n+1)!$, jei $n! = a$?

34. a) Apskaičiuokite 7!, žinodami, kad $8! = 40320$.
b) Apskaičiuokite $(n-1)!$, jei $n! = b$.

35. Apskaičiuokite:
a) $\frac{10!}{7!}$ b) $\frac{8!}{12!}$ c) $\frac{6!}{2!4!}$ d) $\frac{3!5!}{10!}$
e) $\frac{5!-3!}{P_4}$ f) $\frac{C_8^2 \cdot P_3}{C_8^4}$ g) $\frac{A_8^3 - P_5}{A_6^2}$ h) $\frac{P_7}{A_7^4 - C_7^4}$

36. Kompiuteriu atsitiktine eilės tvarka sudaromas 50 žmonių, važiuojančių į ekskursiją, sąrašas. Keliais skirtingais būdais toks sąrašas gali būti sudarytas?

37. Iš 400 apskrities suvažiavimo delegatų reikia išrinkti 10 atstovų į šalies konferenciją. Kiek skirtingų dešimtukų gali būti išrinkta?

38. 40 komandų dalyvauja krepšinio turnyre. Keliais skirtingais būdais gali pasiskirstyti 5 pirmosios vietos?

39. Mokesčių inspekcija nusprendė patikrinti 20 iš 150 įmonių. Keliais būdais galima išrinkti tikrinamų įmonių dvidešimtuką?

40. Dėžėje sukrauta 200 detalių, iš kurių 10 yra nestandartinės, kitos — standartinės. Iš dėžės atsitiktinai išimamos 4 detalės. Kam lygi tikimybė, kad:
a) visos išimtos detalės yra nestandartinės;
b) visos išimtos detalės yra standartinės;
c) dvi detalės yra standartinės, dvi — nestandartinės;
d) trys detalės yra standartinės, viena — nestandartinė;
e) trys detalės yra nestandartinės, viena — standartinė;
f) ne mažiau kaip trys detalės yra nestandartinės;
g) bent viena detalė yra standartinė;
h) ne daugiau kaip dvi detalės yra nestandartinės?

41. Ar nurodytos lentelės gali išreikšti kurio nors atsitiktinio dydžio skirstinį? Jei taip — raskite jo matematinę viltį.

a)

X	0	$\frac{1}{3}$	1	2
P	$\frac{3}{20}$	0,5	0,1	$\frac{1}{4}$

b)

X	−1	0	1	2	3
P	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{2}{9}$

c)

X	0	1	3	5	7
P	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{7}{30}$

d)

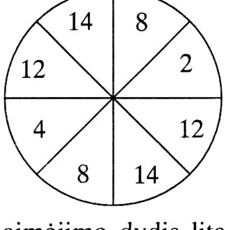
X	−2	0	2	4
P	0,34	0,29	0,3	0,07

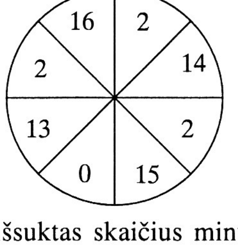
42. a) Lošimo kauliukas metamas vieną kartą. Atsitiktinis dydis X yra atvirtusių akučių skaičiaus kvadratas. Užrašykite jo skirstinį, apskaičiuokite matematinę viltį.
b) Lošimo kauliukas metamas vieną kartą. Atsitiktinis dydis X yra atvirtusių akučių skaičiaus dalybos iš 3 liekana. Užrašykite jo skirstinį, apskaičiuokite matematinę viltį.

43. Metamos 3 monetos: 10 centų, 20 centų ir 50 centų. Atsitiktinis dydis X — atvirtusių skaičiumi monetų nominalų suma. Raskite jo skirstinį, apskaičiuokite matematinę viltį.

44. Loterijai atspausdinta 1000 bilietų.
a) 200 jų laimi po 1 Lt, 80 — po 5 Lt, 120 — po 10 Lt, 20 — po 50 Lt;
b) 300 jų laimi po 1 Lt, 100 — po 5 Lt, 100 — po 10 Lt, 30 — po 20 Lt, 10 — po 50 Lt, 5 — po 100 Lt.
Kiek mažiausiai turėtų kainuoti vienas bilietas, kad loterija nebūtų nuostolinga organizatoriams (į organizavimo išlaidas neatsižvelgiama)?

45. Loterijos ratas padalytas į 8 lygius sektorius ir sužymėtas taip, kaip parodyta paveikslėlyje:

a)


b)


Laimėjimo dydis litais — išsuktas skaičius minus bilieto už pasukimą kaina. Apskaičiuokite žaidėjo išlošio matematinę viltį, kai vienas rato pasukimas kainuoja 6 litus. Kuriuo atveju — a) ar b) — žaidimas pelningesnis organizatoriams?

46. Lošimo kauliukas metamas du kartus. Atsitiktinis dydis X yra per abu metimus iškritusių akučių suma. Užrašykite jo skirstinį, apskaičiuokite matematinę viltį.

47. Žaidėjas meta du kauliukus. Jei iškritusių akučių sandauga yra nelyginis skaičius, tai žaidėjas gauna 3 litus, jei lyginis — 1 litą. Žaidimo organizatoriai nustatė, kad vienas metimas kainuoja 2 litus. Ar gali organizatoriai tikėtis, kad žaidimas neatneš nuostolių?

48. Žaidime dalyvaujantis žaidėjas meta 5 centų monetą ir lošimo kauliuką. Jei monetos iškritusių centų ir kauliuko atvirtusių akučių suma yra lyginis skaičius, tai žaidėjas gauna 1 litą, kitais atvejais — negauna nieko. Kokia turėtų būti minimali vieno metimo kaina, kad žaidimas nebūtų nuostolingas organizatoriams?

49. Iš dėžės, kurioje yra tik balti ir raudoni rutuliai, atsitiktinai ištraukiami 2 rutuliai. Atsitiktinis dydis X — ištrauktų baltų rutulių skaičius. Apskaičiuokite jo matematinę viltį, kai dėžėje yra:
a) 2 balti ir 2 raudoni; b) 2 balti ir 4 raudoni rutuliai.

50. Iš dėžės, kurioje yra 2 balti ir 3 juodi rutuliai, atsitiktinai ištraukiami 3 rutuliai. Atsitiktinis dydis X — ištrauktų juodų rutulių skaičius. Apskaičiuokite jo matematinę viltį.

51. Krepšininko baudos pataikymo tikimybė lygi $\frac{2}{3}$. Jis meta tris baudas. Atsitiktinis dydis X — pataikymų skaičius. Apskaičiuokite šio atsitiktinio dydžio X matematinę viltį.

52. Meškeriotojas kiekvienu meškerės užmetimu pagauna žuvį su tikimybe $\frac{1}{2}$. Atsitiktinis dydis X — pagautų žuvų skaičius 5 kartus užmetus meškerę. Apskaičiuokite šio atsitiktinio dydžio matematinę viltį.

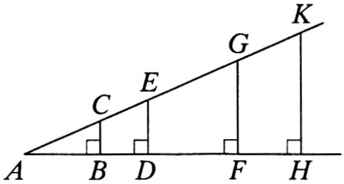
6. SMAILIOJO KAMPO TRIGONOMETRINĖS FUNKCIJOS

1. Palyginkite santykius:

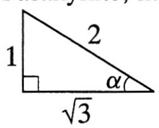
a) $\frac{CB}{AC}$, $\frac{ED}{AE}$, $\frac{GF}{AG}$, $\frac{KH}{AK}$;

b) $\frac{AB}{AC}$, $\frac{AD}{AE}$, $\frac{AF}{AG}$, $\frac{AH}{AK}$;

c) $\frac{CB}{AB}$, $\frac{ED}{AD}$, $\frac{GF}{AF}$, $\frac{KH}{AH}$.

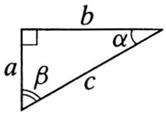


2. a) Pasakykite, kas turėtų būti parašyta vietoj daugtaškių:



$\sin\alpha = \frac{\dots}{\dots}$
$\cos\alpha = \frac{\dots}{\dots}$
$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\dots}{\dots}$

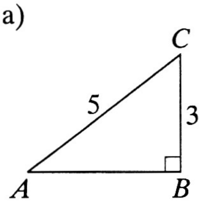
b)



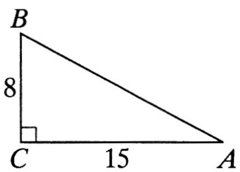
$\sin\alpha = \frac{\dots}{\dots}$ $\sin\beta = \frac{\dots}{\dots}$
$\cos\alpha = \frac{\dots}{\dots}$ $\cos\beta = \frac{\dots}{\dots}$
$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\dots}{\dots}$ $\operatorname{tg}\beta = \frac{\dots}{\dots}$

3. Apskaičiuokite $\sin A$, $\cos A$ ir $\operatorname{tg} A$:

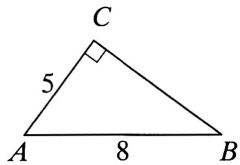
a)



b)

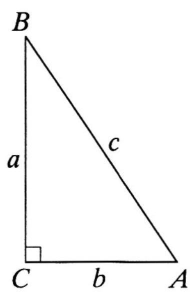


c)



4. Užpildykite lentelę:

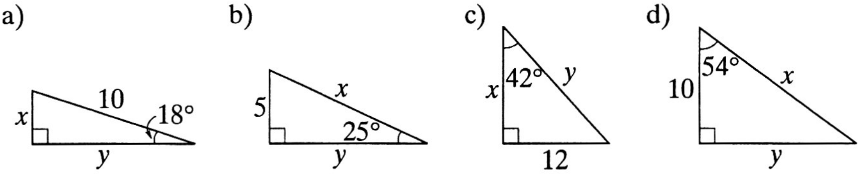
	a	b	c	$\sin B$	$\cos B$	$\operatorname{tg} B$
a)		10		1/2		
b)			10		4/5	
c)		12				3/4
*d)	15			12/13		
e)			34		15/17	
f)	36					5/12



5. Naudodamiesi trigonometrinių funkcijų reikšmių lentelėmis, apskaičiuokite:
a) $\sin 53°$, $\cos 53°$, $\operatorname{tg} 53°$; b) $\sin 25°20'$, $\cos 25°20'$, $\operatorname{tg} 25°20'$.

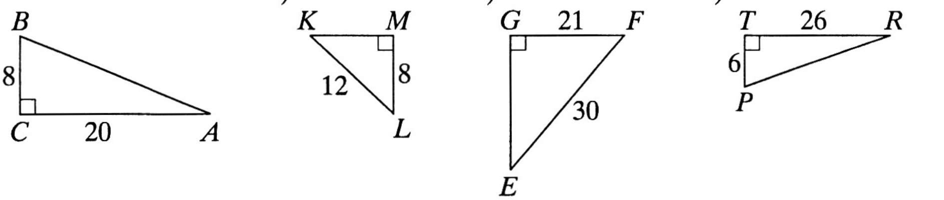
6. Apskaičiuokite x ir y:

a) b) c) d)



7. Apskaičiuokite smailiuosius stačiojo trikampio kampus (1° tikslumu):

a) b) c) d)

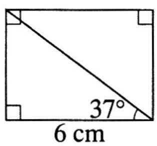


8. a) Nubraižykite smailųjį kampą, kurio sinusas lygus $\frac{5}{13}$. Raskite kitas šio kampo trigonometrinių funkcijų reikšmes.

b) Nubraižykite kampą, kurio kosinusas lygus $\frac{12}{13}$. Raskite kitas šio kampo trigonometrinių funkcijų reikšmes.

c) Nubraižykite smailųjį kampą, kurio tangentas lygus 2,4. Raskite kitas šio kampo trigonometrinių funkcijų reikšmes.

9. Apskaičiuokite stačiakampio perimetrą ir plotą.



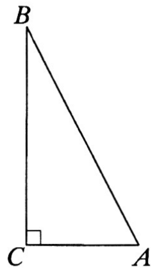
10. a) Duota: $AB = 8$, $\cos B = \frac{1}{4}$.
Rasti: AC, BC, $\sin B$, $\operatorname{tg} B$.

b) Duota: $AB = 12$, $\sin A = \frac{1}{3}$.
Rasti: AC, BC, $\cos A$, $\operatorname{tg} A$.

c) Duota: $AB = \sqrt{40}$, $\operatorname{tg} A = 3$.
Rasti: AC, BC, $\sin A$, $\cos A$.

d) Duota: $AB = \sqrt{80}$, $\operatorname{tg} B = \frac{1}{2}$.
Rasti: AC, BC, $\sin A$, $\cos A$.

e) Duota: $AC = 8$, $\cos B = \frac{3}{5}$.
Rasti: AB, BC, $\sin B$, $\operatorname{tg} B$.



11. Ar gali to paties kampo sinusas ir kosinusas būti lygūs atitinkamai:

a) $\frac{1}{6}$ ir $\frac{5}{6}$; b) $\frac{4}{\sqrt{65}}$ ir $\frac{7}{\sqrt{65}}$; c) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{10}}$ ir $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{10}}$?

12. Ar gali to paties kampo tangentas ir kotangentas būti lygūs atitinkamai:

a) $\frac{5}{6}$ ir 1,2; b) $4-\sqrt{15}$ ir $4+\sqrt{15}$; c) 2,5 ir $\frac{5}{12}$?

13. Apskaičiuokite:

a) $\sin 60^\circ + \sin 45^\circ + \cos 30^\circ - \cos 45^\circ + \operatorname{tg} 45^\circ$;

b) $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ + \sin 60^\circ - \operatorname{tg} 30^\circ + \cos 30^\circ$;

c) $\sin 60^\circ \operatorname{tg} 30^\circ + \cos 30^\circ \operatorname{tg} 60^\circ + 2\sin 60^\circ \cos 30^\circ$;

d) $4\sin 60^\circ \cos 30^\circ + 4\cos 60^\circ \sin 30^\circ + \operatorname{tg} 30^\circ \operatorname{tg} 60^\circ$;

e) $\sin^2 50^\circ + \cos^2 50^\circ + \sin 60^\circ \cos 60^\circ + \sin 45^\circ \cos 45^\circ$;

f) $\sin^2 60^\circ + 2\sin^2 45^\circ \cos^2 30^\circ + 3\operatorname{tg}^2 30^\circ \cos^2 45^\circ$;

g) $\sin\frac{\pi}{3} \cdot \operatorname{tg}\frac{\pi}{6} + \cos\frac{\pi}{6} \operatorname{tg}\frac{\pi}{3} + 2\sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6}$;

h) $\sin^2\frac{\pi}{3} + 2\sin^2\frac{\pi}{4} \cdot \cos^2\frac{\pi}{6} + 3\operatorname{tg}^2\frac{\pi}{6} \cdot \cos^2\frac{\pi}{4}$.

14. Kas daugiau ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$):

a) $\sin\alpha$ ar $\sin^2\alpha$ b) $\cos\alpha$ ar $\frac{1}{\cos\alpha}$ c) $\sin 15^\circ$ ar $\sin 25^\circ$

d) $\cos 20^\circ$ ar $\cos 80^\circ$ e) $\sin 40^\circ$ ar $\cos 40^\circ$ f) $\sin 70^\circ$ ar $\cos 70^\circ$

g) $\sin 42^\circ$ ar $\sin\frac{\pi}{4}$ h) $\sin\frac{\pi}{5}$ ar $\cos\frac{\pi}{5}$ i) $\sin\frac{5\pi}{12}$ ar $\cos\frac{5\pi}{12}$?

15. Suprastinkite:

a) $(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 + (\sin\alpha - \cos\alpha)^2$;

b) $(1 - \sin^2\alpha)\operatorname{tg}^2\alpha + \sin^2(90^\circ - \alpha)$;

c) $\sin^4\alpha - \cos^4\alpha - 2\sin^2\alpha$;

d) $\sin^4\alpha + \sin^2\alpha\cos^2\alpha + \cos^2\alpha$;

e) $(\sin\alpha + \cos\alpha)(\sin\alpha - \cos\alpha) + 2\cos^2\alpha$;

f) $\frac{1}{1 - \sin\alpha} + \frac{1}{1 + \sin\alpha}$;

g) $\frac{1}{1 - \cos\alpha} + \frac{1}{1 + \cos\alpha}$;

h) $(1 - \sin\alpha)(1 + \sin\alpha)(1 + \operatorname{tg}^2\alpha)$;

i) $\cos^6\alpha + \sin^6\alpha + \cos^4\alpha + \sin^4\alpha + 5\sin^2\alpha\cos^2\alpha$;

j) $2\cos^6\alpha + 2\sin^6\alpha - 3\cos^4\alpha - 3\sin^4\alpha$.

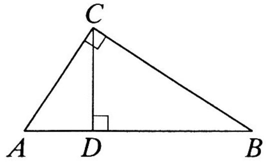
16*. Žinoma, kad $\sin\alpha + \cos\alpha = m$. Apskaičiuokite:

a) $\sin\alpha \cdot \cos\alpha$; b) $\sin^3\alpha + \cos^3\alpha$; c) $\sin^4\alpha + \cos^4\alpha$.

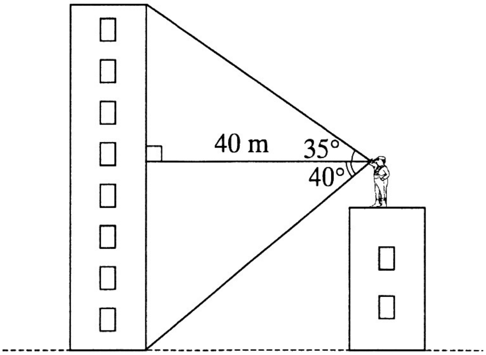
17. Kas daugiau: $\sin\alpha$ ar $\cos\alpha$, jei $0^\circ < \alpha < 45^\circ$?

18. Užpildykite lentelę (0,1 tikslumu):

	$\angle A$	AB	AC	AD	BD	CD	BC
a)	40°	9					
b)	35°		7				
c)	42°			5			
d)	60°						8
e)	52°			10			
f)	46°				7		
g)	35°					8	



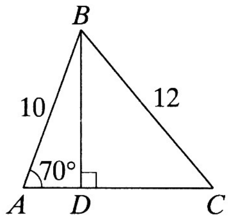
19. Pagal brėžinį apskaičiuokite didžiojo namo aukštį (metrais).



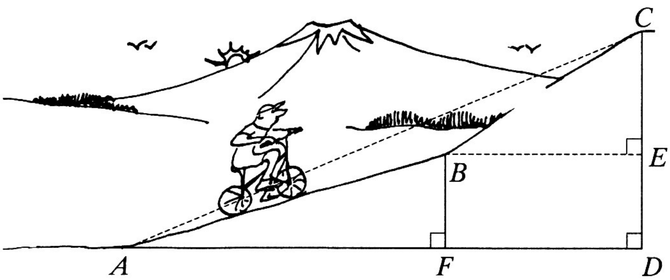
20. Stačiajame trikampyje ABC ($\angle C = 90°$) $\sin A + \sin B = a$. Raskite $\cos A + \cos B$.

21. Įrodykite, kad stačiajame trikampyje ABC ($\angle C = 90°$) teisinga lygybė: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$.

22. a) Raskite $\angle C$ (1° tikslumu).
b) Raskite AC (atsakymą suapvalinkite iki vienetų).
c) Įrodykite, kad $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C}$.



23. Brėžinyje pavaizduotas dviratininko kelias į kalną.



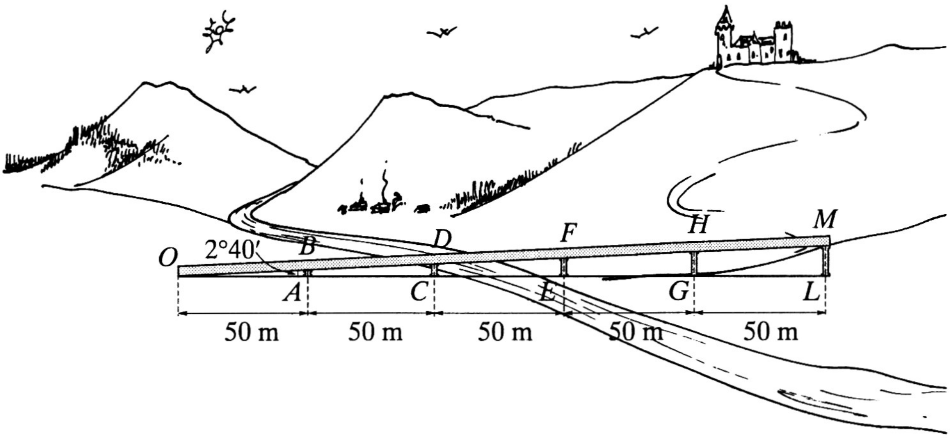
$AB = 4{,}2$ km, $BC = 2{,}5$ km. Apskaičiuokite vietovių A ir C aukščių skirtumą, atstumą AD (0,01 km tikslumu) ir kampą DAC (1° tikslumu), jei:
a) $\angle BAF = 6°$, $\angle CBE = 10°$;
b) $\sin(\angle BAF) = 0{,}15$, $\text{tg}(\angle CBE) = 0{,}2$;
c) $\text{tg}(\angle BAF) = 0{,}1$, $\cos(\angle CBE) = 0{,}8$.

24. Sijos, į kurią remiasi dvišlaičio stogo gegnės, ilgis lygus 10 m. Apskaičiuokite gegnės ilgį ir stogo aukštį (0,01 m tikslumu), jeigu gegnė su sija sudaro 38° kampą.

25. Stačiojo trikampio plotas lygus $30\,\text{cm}^2$, o smailiojo kampo tangentas lygus 2,4. Apskaičiuokite trikampio įžambinės ilgį.

26. Eglės šešėlio ilgis yra 24 m. Apskaičiuokite eglės aukštį (metrais), jeigu saulės spinduliai su žemės paviršiumi sudaro $46°36'$ kampą.

27. Tiltas per upę laikosi ant penkių atramų, kurios viena nuo kitos nutolusios vienodu atstumu. Apskaičiuokite kiekvienos atramos aukštį (1 cm tikslumu).

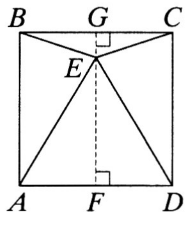


28. Duotas $50°$ kampas. Į šį kampą reikia įbrėžti 2,5 cm spindulio apskritimą. Apskaičiuokite atstumą (0,01 cm tikslumu) nuo apskritimo centro iki kampo viršūnės.

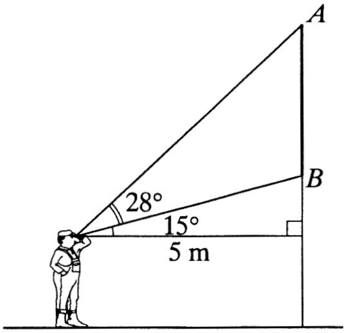
29. Apskaičiuokite Jūsų namo ir mokyklos laiptų pasvirimo kampą.
Nurodymas. Išmatuokite vieno laiptelio aukštį ir plotį.

30. Rombo smailusis kampas yra α. Į šį rombą įbrėžto apskritimo spindulys lygus r. Raskite rombo plotą.

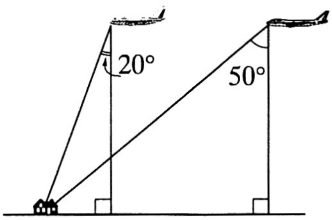
31. Keturkampis $ABCD$ — kvadratas, kurio kraštinė lygi a. Trikampis AED — lygiakraštis. GE ir EF — trikampių BEC ir AED aukštinės.
Apskaičiuokite:
a) $\angle CED$ ir $\angle CEB$;
b) GE ir EF;
c) $\text{tg}(\angle ECD)$.



32. Pagal brėžinį apskaičiuokite paveikslo AB aukštį (0,1 m tikslumu).

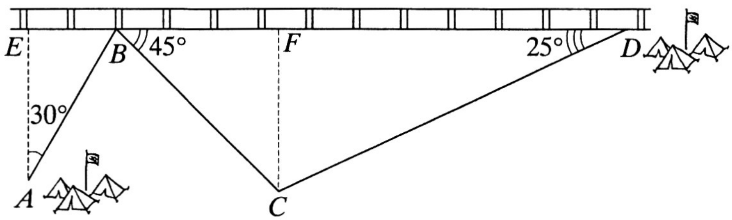


33. Du lakūnai skrenda vienodame 1200 m aukštyje ir mato nejudamą objektą — vienas 20°, o kitas 50° kampu. Apskaičiuokite atstumą tarp lėktuvų (žr. brėžinį). Atsakymą pateikite metrų tikslumu.

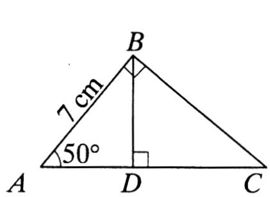


34. Dvi stovyklos A ir D per tarpines stotis B ir C sujungtos telefono kabeliu (laidu).

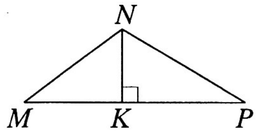
1) Pagal brėžinio duomenis apskaičiuokite, koks laido ilgis (0,1 m tikslumu), jeigu stovykla A ir stotis C nuo geležinkelio nutolę vienodu 250 m atstumu.
2) Kiek reikėtų laido (0,1 m tikslumu) stovyklas A ir D jungiant tiesia linija?



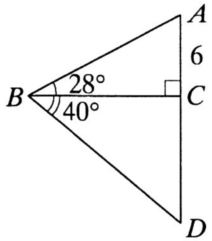
35. a) Nesiremdami Pitagoro teorema, apskaičiuokite: AD, BD, BC, DC. Atsakymą parašykite 0,1 cm tikslumu.



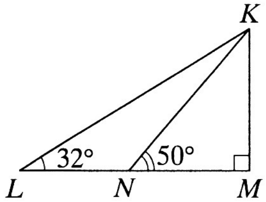
b) Duota: $MN = 5\,\text{cm}$, $MP = 9\,\text{cm}$, $MK = 4\,\text{cm}$. Apskaičiuokite trikampio MNP kampus (1° tikslumu).



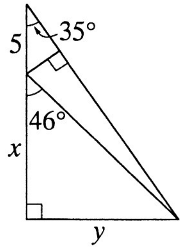
36. a) Apskaičiuokite DC (0,1 tikslumu).



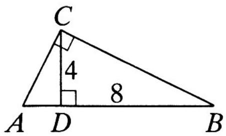
b) 1) $LM = 15$. Apskaičiuokite NM;
2) $LN = 4$. Apskaičiuokite KM.
Atsakymą parašykite 0,01 tikslumu.



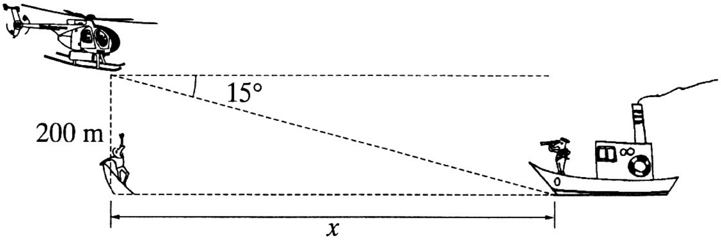
37. Apskaičiuokite x ir y.



38. $\operatorname{tg}(\angle ACD) = ?$

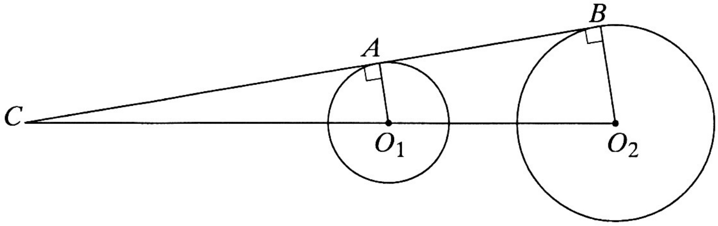


39. Malūnsparnis yra 200 m aukštyje virš skęstančios valties ir mato netoliese esantį gelbėjimo laivą 15° kampu. Apskaičiuokite atstumą x (metrais) nuo laivo iki skęstančios valties.

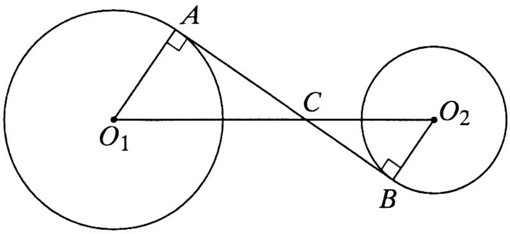


40. Iš taško A, esančio šalia apskritimo, nubrėžtos dvi liestinės AB ir AC. Apskaičiuokite (1° tikslumu) kampą BAC, jeigu apskritimo spindulys lygus 10 cm, o liestinės atkarpos AB ilgis yra 21 cm.

41. a) Apskaičiuokite (minučių tikslumu) kampą tarp apskritimų liestinės AB ir tiesės, jungiančios apskritimų centrus, jeigu apskritimų spinduliai yra 8 cm ir 13 cm, o atstumas tarp jų centrų lygus 30 cm.



b) Apskaičiuokite (1° tikslumu) kampą tarp apskritimų liestinės AB ir tiesės, jungiančios apskritimų centrus, jeigu apskritimų spinduliai yra 18 dm ir 12 dm, o atstumas tarp jų centrų lygus 5,4 m.



42. Apskritimo spindulys lygus 4 cm, o stygos ilgis yra 3 cm. Kokiu kampu (1° tikslumu) ši styga matoma iš apskritimo centro?

43. Lygiašonio trikampio šoninės kraštinės ilgis yra a, o kampas prie pagrindo lygus α. Raskite į šį trikampį įbrėžto apskritimo spindulį.

44. Lygiašonės trapecijos smailusis kampas lygus α. Į šią trapeciją įbrėžtas apskritimas, kurio spindulys yra r. Raskite trapecijos perimetrą ir plotą. Su kuria α reikšme trapecijos plotas du kartus didesnis už skritulio plotą?

45. Lygiašonio trikampio kampas prie pagrindo lygus α. Į šį trikampį įbrėžtas apskritimas, kurio spindulys yra r. Raskite trikampio kraštinių ilgius.

46. Raskite skritulio plotą, jeigu a ilgio styga iš centro matoma kampu α.

7. TRIKAMPIŲ SPRENDIMAS

1. Apskaičiuokite:

a) $\cos\alpha$, $\operatorname{tg}\alpha$, $\operatorname{ctg}\alpha$, jei $\sin\alpha = \frac{4}{5}$ ir $90^\circ < \alpha < 180^\circ$;

b) $\sin\alpha$, $\operatorname{tg}\alpha$, $\operatorname{ctg}\alpha$, jei $\cos\alpha = -\frac{4}{5}$;

c) $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\operatorname{ctg}\alpha$, jei $\operatorname{tg}\alpha = -\frac{5}{12}$.

2. Ar gali to paties kampo sinusas ir kosinusas būti lygūs atitinkamai:

a) $\frac{1}{3}$ ir $-\frac{2}{3}$; b) $\frac{3}{\sqrt{34}}$ ir $-\frac{5}{\sqrt{34}}$?

3. Ar gali to paties kampo tangentas ir kotangentas būti lygūs atitinkamai:

a) $-\frac{5}{4}$ ir $-0{,}8$; b) $-\frac{5}{4}$ ir $0{,}8$; c) $1-\sqrt{2}$ ir $1+\sqrt{2}$?

4. Nubrėžkite kampą α, kurio:

a) $\sin\alpha = \frac{3}{5}$; b) $\cos\alpha = -\frac{4}{5}$; c) $\operatorname{tg}\alpha = -1{,}5$; d) $\operatorname{ctg}\alpha = -2$.

5. Apskaičiuokite:

a) $\sin 120^\circ + \sin 135^\circ + \cos 150^\circ - \cos 135^\circ + \operatorname{tg} 135^\circ$;

b) $\sin 150^\circ + \cos 120^\circ + \sin 120^\circ - \operatorname{tg} 150^\circ + \cos 150^\circ$;

c) $\sin^2 120^\circ + 2\sin^2 135^\circ \cdot \cos^2 150^\circ + 3\operatorname{tg}^2 150^\circ \cdot \cos^2 135^\circ$;

d) $4\sin\frac{2\pi}{3}\cdot\cos\frac{5\pi}{6} + 4\cos\frac{2\pi}{3}\cdot\sin\frac{5\pi}{6} + \operatorname{tg}\frac{5\pi}{6}\cdot\operatorname{tg}\frac{2\pi}{3}$.

6. Suprastinkite:

a) $\sin 170^\circ \cos 80^\circ + \sin 80^\circ \cos 10^\circ$;

b) $\cos 160^\circ \cos 20^\circ - \cos 70^\circ \sin 160^\circ$;

c) $2\sin 30^\circ + \cos 50^\circ \cos 140^\circ \operatorname{tg} 40^\circ$;

d) $\cos 25^\circ + \cos 65^\circ + \cos 115^\circ - \sin 65^\circ$;

e) $\cos^2 25^\circ + \cos^2 65^\circ + \cos^2 115^\circ + \sin^2 65^\circ$;

f) $\sin^2\frac{\pi}{10} + \sin^2\frac{4\pi}{10} + \sin^2\frac{6\pi}{10} + \sin^2\frac{9\pi}{10}$;

g) $\sin^2\frac{\pi}{8} + \sin^2\frac{3\pi}{8} + \sin^2\frac{5\pi}{8} + \sin^2\frac{7\pi}{8}$;

h) $\cos^2\frac{\pi}{8} + \cos^2\frac{3\pi}{8} + \cos^2\frac{5\pi}{8} + \cos^2\frac{7\pi}{8}$.

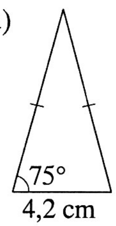
7. Įrodykite, kad bet kuriame trikampyje:

a) $\sin A = \sin(B+C)$ b) $\cos A = -\cos(B+C)$ c) $\operatorname{tg} A = -\operatorname{tg}(B+C)$

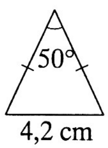
d) $\sin\frac{A}{2} = \cos\frac{B+C}{2}$ e) $\cos\frac{A}{2} = \sin\frac{B+C}{2}$ f) $\operatorname{tg}\frac{A}{2} = \operatorname{ctg}\frac{B+C}{2}$

8. Pagal brėžinį apskaičiuokite trikampio perimetrą ir plotą ($0{,}1$ cm ir $0{,}1\ \text{cm}^2$ tikslumu):

a)

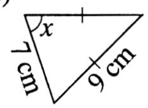


b)

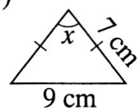


9. Apskaičiuokite kampą x (1° tikslumu):

a)



b)

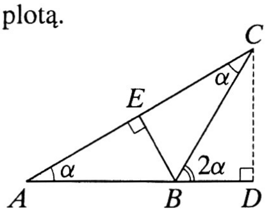


10. Gamyklos kamino aukštis yra 15 m. Kamino apatinio pagrindo skersmuo lygus 2 m, o viršutinio — 1 m. Apskaičiuokite kamino sienos palinkimo į horizontą kampą (1° tikslumu).

11. a) Lygiagretainio įstrižainės lygios 17 cm ir 19 cm. Raskite lygiagretainio perimetrą, jei viena jo kraštinė 5 cm trumpesnė už kitą.
b) Lygiagretainio kraštinės lygios 6 m ir 7 m. Raskite įstrižainių ilgius, jeigu viena iš jų 4 m trumpesnė už kitą.

12. a) Lygiagretainio kraštinės lygios 7 dm ir 11 dm. Raskite įstrižainių ilgius, jeigu viena iš jų 2 dm ilgesnė už kitą.
b) Lygiagretainio įstrižainės lygios 24 cm ir 28 cm. Raskite lygiagretainio perimetrą, jei viena jo kraštinė 8 cm ilgesnė už kitą.

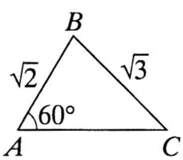
13. 1) Įrodykite, kad:
a) $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$, jei $0^\circ \leqslant \alpha \leqslant 90^\circ$.
Nurodymas. Remdamiesi brėžiniu dviem būdais apskaičiuokite trikampio ABC plotą.



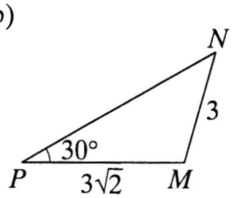
*b) $\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$, jei $0^\circ \leqslant \alpha \leqslant 90^\circ$.
Nurodymas. Remkitės lygybe $\sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha = 1$.
c) $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$, jei $0^\circ \leqslant \alpha \leqslant 90^\circ$;
d) $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$, jei $0^\circ \leqslant \alpha \leqslant 90^\circ$;
e) $\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha} = \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$;

*2) Remdamiesi gautomis formulėmis, apskaičiuokite $\sin 15^\circ$ ir $\cos 15^\circ$.
*3) Suprastinkite: $\sin 40^\circ \cos 40^\circ \cos 10^\circ + \frac{1}{2}\sin 170^\circ \cos 80^\circ$.

14. a)

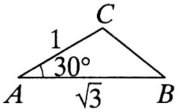


b)



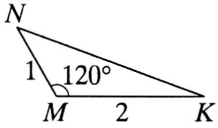
Apskaičiuokite trikampio:
1) nežinomus kampus; 2) nežinomą kraštinę.

15. a)



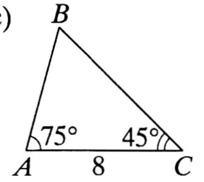
$BC = ?$

b)



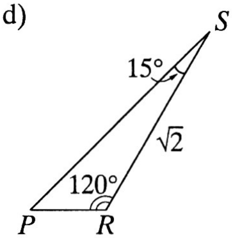
$NK = ?$

c)



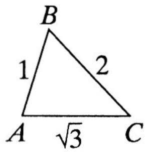
$BC = ?$ $AB = ?$

d)



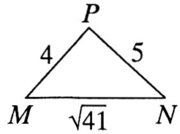
$PS = ?$ $PR = ?$

e)



$\angle B = ?$

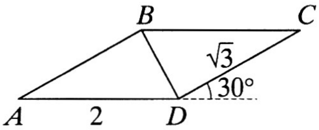
f)



$\angle P = ?$

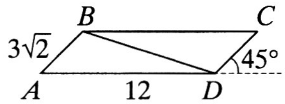
16. Keturkampis $ABCD$ — lygiagretainis.

a)



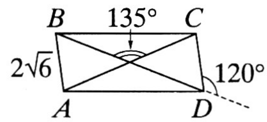
$BD = ?$

b)



$BD = ?$

c)



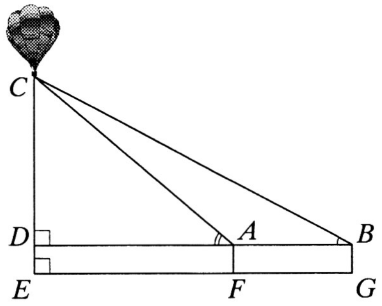
$AC = ?$

17. Apskaičiuokite trikampio kampus (1° tikslumu), jei jo kraštinės yra:
a) $a = 5$, $b = 8$, $c = 9$;
b) $a = 9$, $b = 6$, $c = 4$;
c) $a = 12$, $b = 13$, $c = 5$.

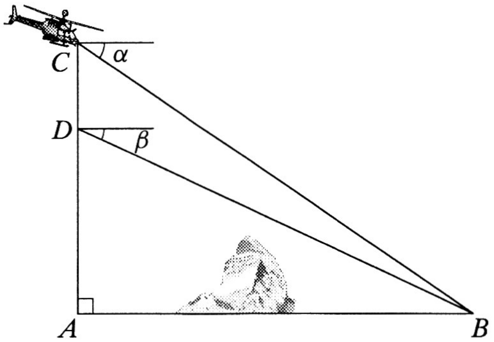
18. Apskaičiuokite nežinomas trikampio ABC kraštines, jei:
a) $a = 2$, $\angle A = 40°$, $\angle B = 20°$;
b) $b = 5$, $\angle B = 70°$, $\angle C = 10°$;
c) $c = 2$, $\angle A = 40°$, $\angle B = 40°$;
d) $b = 650{,}8$, $\angle A = 46°04'$, $\angle C = 18°52'$;
e) $a = 48{,}8$, $\angle B = 106°$, $\angle C = 25°20'$.

19. Apskaičiuokite trikampio ABC nežinomus kampus ir kraštinę, jei:
a) $a = 3$, $b = 2$, $\angle A = 40°$;
b) $a = 6$, $b = 8$, $\angle A = 35°$;
c) $a = 2$, $c = 1$, $\angle C = 50°$;
d) $a = 11$, $b = 13$, $\angle A = 36°$;
e) $b = 4{,}42$, $c = 5{,}72$, $\angle A = 65°20'$;
f) $a = 50{,}8$, $c = 32{,}3$, $\angle B = 23°30'$.

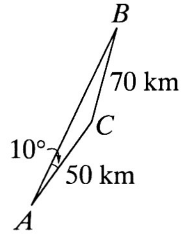
20. Balionas iš taško B matomas $28°18'$ kampu ($\angle CBD$), o iš taško A — $40°12'$ kampu ($\angle CAD$). Apskaičiuokite baliono aukštį (CE) 1 m tikslumu, jei $AB = 90$ m ir $AF = BG = DE = 1{,}5$ m.



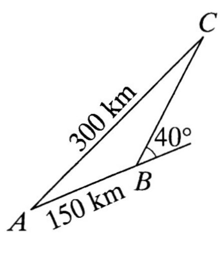
21. Lakūnas iš taško C objektą B mato $35°32'$ kampu (kampu α), o iš taško D — $25°28'$ kampu (kampu β). Apskaičiuokite atstumą (1 m tikslumu) tarp objektų A ir B, jei $CD = 200$ m.



22. Skrisdamas iš aerodromo A į aerodromą B lakūnas nukrypo $10°$ nuo kurso ir nuskrido 50 km. Po to, pakeitęs kursą, po 70 km skrydžio pasiekė aerodromą B (žr. brėžinį). Kiek laiko ilgiau užtruko skrydis, jei lėktuvo greitis yra 250 km/h? Atsakymą pateikite sekundžių tikslumu.

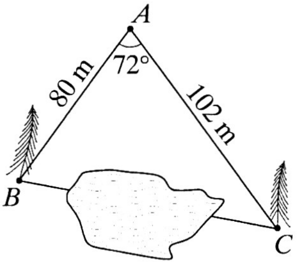


23. Lakūnas iš miesto A skrenda 150 km į miestą B, o po to pasukęs $40°$ kampu nuo pirminės trajektorijos skrenda į miestą C. Atstumas tarp miestų A ir C lygus 300 km.
Apskaičiuokite:
a) $\angle CAB$ ($1°$ tikslumu);
b) atstumą tarp miestų B ir C (1 km tikslumu).

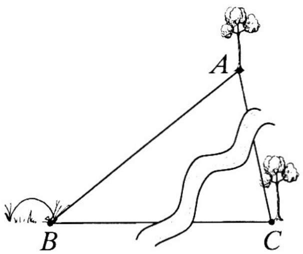


24. Apskaičiuokite $\triangle MNP$ kampus (1° tikslumu), jei jo viršūnių koordinatės yra:
a) $M(-3; 3)$, $N(0; 5)$, $P(6; -4)$;
b) $M(0; 1)$, $N(\sqrt{3}; 0)$, $P(0; 3)$;
c) $M(2; -1)$, $N(3; 2)$, $P(-1; 1)$;
d) $M(3; 0)$, $N(2; -2)$, $P(-1; 3)$.

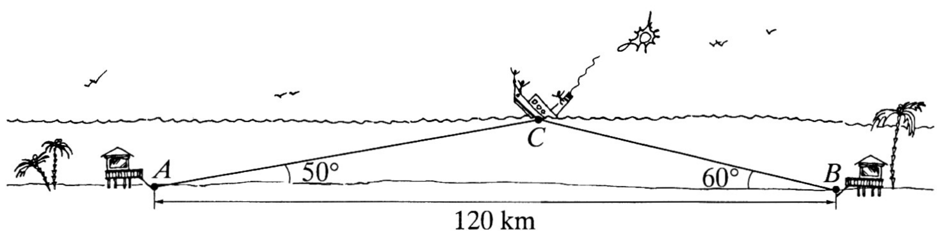
25. Pagal brėžinį apskaičiuokite atstumą BC (1 m tikslumu).



26. Duota: $AB = 150\,\text{m}$, $\angle BAC = 65^\circ$, $\angle ABC = 38^\circ$. Apskaičiuokite atstumą AC (1 m tikslumu).



27. Dvi jūros stebėjimo stotys A ir B, esančios jūros pakrantėje, užregistravo laivo SOS signalus. Stotį A signalas pasiekė sudarydamas 50° kampą su kranto linija, o stotį B — sudarydamas 60° kampą. Atstumas tarp stočių yra 120 km.
a) Stotyse A ir B yra malūnsparniai, kurių greitis 200 km/h. Iš kurios stoties reikia pasiųsti malūnsparnį (nuo kurios stoties atstumas iki laivo mažesnis)?
b) Per kiek laiko (minučių tikslumu) malūnsparnis pasieks nelaimės vietą?



28*. Įrodykite, kad $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin\alpha$, $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos\alpha$, $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\operatorname{ctg}\alpha$, jei $0 \leqslant \alpha \leqslant \frac{\pi}{2}$.

29*. Trapecijos $ABCD$ šoninės kraštinės AB ir CD pratęstos ir susikerta taške E. Raskite trapecijos vidurinės linijos ilgį, jei $AB = a$, $\angle BAC = \alpha$, $\angle CDA = \alpha$, $\angle BEC = 90^\circ$.

30. Stačiosios trapecijos įstrižainės ilgis lygus d. Ši įstrižainė yra statmena į šoninę kraštinę, kuri su pagrindu sudaro kampą α. Raskite trapecijos kraštinių ilgius.

31. Turistas punktus A ir B mato 60° kampu. Atstumas tarp punktų yra 2,1 km. Kokiu atstumu yra turistas nuo kiekvieno punkto, jei eidamas vienodu greičiu į punktą A jis ateitų $2\frac{2}{3}$ karto greičiau negu į punktą B?

32. a) Trikampio ABC kraštinės $AB = 14\,\text{cm}$, $AC = 10\,\text{cm}$, o $\cos A = \frac{1}{7}$. Apskaičiuokite $\cos B$ ir $\cos C$.
b) Trikampio ABC kraštinės $AB = 34\,\text{cm}$, $AC = 42\,\text{cm}$, o $\sin A = \frac{8}{17}$. Apskaičiuokite $\sin C$, $\cos C$, $\operatorname{tg} C$ ir $\operatorname{ctg} C$.

33. Lygiašonio trikampio kampas prie viršūnės lygus α. Apie šį trikampį apibrėžtas apskritimas, kurio spindulys yra R. Raskite trikampio plotą.

34. Lygiagretainio kraštinės yra 16 cm ir 18 cm, o viena įstrižainė lygi 26 cm. Apskaičiuokite (1° tikslumu) kampą tarp lygiagretainio įstrižainių.

35. Trikampio kraštinių ilgių santykis yra 7 : 9 : 12. Apskaičiuokite ($1'$ tikslumu) trikampio kampus.

36. Iš taško, esančio šalia apskritimo, nubrėžtos dvi kirstinės. Viena kirstinė eina per apskritimo centrą ir jos išorinė dalis lygi $\frac{1}{4}$ apskritimo spindulio. Kitos kirstinės išorinė ir vidinė dalys yra lygios. Apskaičiuokite kampą tarp kirstinių.

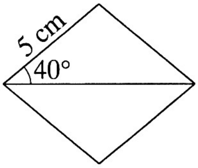
37. Įrodykite, kad trikampio ABC plotą galima apskaičiuoti remiantis formulėmis:
a) $S = Rr(\sin A + \sin B + \sin C)$;
b) $S = 2R^2 \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C$;
čia R — apibrėžtinio, o r — įbrėžtinio apskritimų spinduliai.

38. Apskaičiuokite trikampio plotą (0,01 tikslumu), jei:
a) $a = 3$, $b = 4$, $\angle C = 40^\circ$;
b) $a = 3$, $c = 2$, $\angle B = 110^\circ$;
c) $a = 5$, $b = 8$, $c = 9$;
d) $a = 10$, $b = 8$, $c = 5$;
e) $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 20^\circ$, $a = 2$;
f) $\angle A = 110^\circ$, $\angle C = 30^\circ$, $c = 3$.

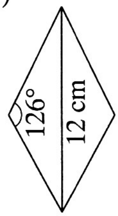
39. Apskaičiuokite plotą:
a) lygiagretainio, kurio kraštinės yra 4 cm ir 5 cm, o kampas tarp jų 50°;
b) stačiakampio, kurio įstrižainė yra 8 cm, o kampas tarp įstrižainių 55°;
c) lygiagretainio, kurio įstrižainės yra 6 cm ir 8 cm, o kampas tarp jų 72°.

40. Pagal brėžinį apskaičiuokite rombo plotą:

a)

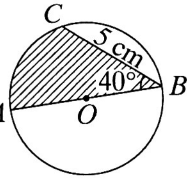


b)



41. Trikampio dvi kraštinės yra a ir b, o aukštinė, nubrėžta į trečiąją kraštinę, lygi h. Raskite apie šį trikampį apibrėžto apskritimo spindulį.

42. Apskaičiuokite brėžinyje užbrūkšniuotos skritulio dalies plotą ir perimetrą ($0{,}1$ cm^2 ir $0{,}1$ cm tikslumu).



43. Į apskritimą įbrėžtas trikampis, kurio viena kraštinė lygi $2\sqrt{3}$ dm ir nuo centro nutolusi 1 dm atstumu. Apskaičiuokite trikampio kampą, esantį prieš šią kraštinę.

44. Viena trikampio kraštinė lygi a, o prieš ją esantis kampas yra α. Apskaičiuokite apie šį trikampį apibrėžto apskritimo spindulį, jei:
a) $a = 12\,\text{cm},\ \alpha = 30°$;
b) $a = 16\,\text{cm},\ \alpha = 45°$;
c) $a = 4\sqrt{3}\,\text{cm},\ \alpha = 60°$;
d) $a = 12\,\text{cm},\ \alpha = 120°$;
e) $a = 15\,\text{cm},\ \cos\alpha = \frac{4}{5}$.

45*. Apie apskritimą apibrėžtas keturkampis, kurio dvi gretimos kraštinės yra 5 cm ir 12 cm, o kampas tarp jų lygus 90°. Apskaičiuokite kitas dvi keturkampio kraštines, jeigu kampas tarp jų lygus 60°.

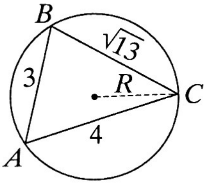
46*. Į apskritimą įbrėžtas keturkampis, kurio dvi gretimos kraštinės yra 8 cm ir 15 cm, o kampas tarp jų lygus 60°. Apskaičiuokite kitas dvi keturkampio kraštines, jeigu viena iš jų 1 cm ilgesnė už kitą.

47*. Trikampio ABC kampas B lygus 120°. Jo pusiaukampinė BD kraštinę AC dalija į dvi 21 cm ir 35 cm ilgio atkarpas. Apskaičiuokite AB, BC ir BD.

48*. a) Lygiašonės trapecijos šoninė kraštinė 8 cm ilgesnė už trumpesnįjį pagrindą. Trapecijos įstrižainė lygi $8\sqrt{2}$ cm ir pasvirusi į ilgesnįjį pagrindą 45° kampu. Raskite ilgesnįjį trapecijos pagrindą.
b) Lygiašonės trapecijos šoninė kraštinė 4 cm trumpesnė už trumpesnįjį pagrindą. Trapecijos įstrižainė lygi $8\sqrt{3}$ cm ir su ilgesniuoju pagrindu sudaro 30° kampą. Raskite ilgesnįjį trapecijos pagrindą.

49*. Į apskritimą įbrėžtas keturkampis $ABCD$, kurio dvi gretimos kraštinės AB ir BC atitinkamai lygios 66 cm ir 77 cm, o įstrižainė AC — 77 cm. Kampų B ir D pusiaukampinės kerta įstrižainę AC viename taške. Apskaičiuokite (1 cm tikslumu) kitas dvi keturkampio kraštines.

50. Apskaičiuokite trikampio kampo A didumą ir apskritimo spindulio ilgį.



51. Trikampio kraštinės yra 25 cm, 29 cm ir 36 cm ilgio. Apskaičiuokite trumpiausią ir ilgiausią trikampio aukštines.

52. Trikampio plotas lygus 624 cm^2, o kraštinių ilgių santykis yra 15 : 37 : 26. Apskaičiuokite trikampio perimetrą.

53. Lygiagretainio kraštinė lygi 51 cm, o įstrižainės — 40 cm ir 74 cm. Apskaičiuokite lygiagretainio plotą.

54. Dvi trikampio kraštinės yra 27 cm ir 29 cm, o trečiosios kraštinės pusiaukraštinės ilgis lygus 26 cm. Apskaičiuokite trikampio plotą.

55. Bendra dviejų susikertančių apskritimų styga iš apskritimų centrų matoma kampais α ir β. Raskite apskritimų spindulius, jeigu atstumas tarp jų centrų lygus d.

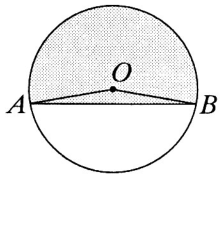
56. Apskaičiuokite dviejų apskritimų bendros stygos ilgį, jeigu apskritimų spinduliai yra 17 cm ir 39 cm, o atstumas tarp jų centrų lygus 44 cm.

57. Apskaičiuokite atstumą tarp dviejų apskritimų centrų, jeigu jų spinduliai yra 65 mm ir 75 mm, o bendros stygos ilgis lygus 120 mm.

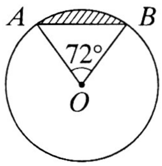
58*. Apskaičiuokite į trikampį įbrėžto ir apie jį apibrėžto apskritimų spindulius, jei trikampio kraštinės yra:
a) 4, 13, 15; b) 34, 93, 65.

59. Styga AB, kurios ilgis yra 6 cm, iš apskritimo centro matoma 48° kampu. Apskaičiuokite nuopjovos plotą (0,01 cm^2 tikslumu).

60. Apskritimo, kurio spindulys yra 1, lanko AB didumas yra 200°. Apskaičiuokite (0,1 tikslumu):
a) nuopjovos plotą;
b) lanko AB ir stygos AB ilgių santykį.



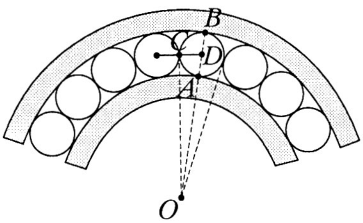
61. Išpjovos AOB kampas lygus $72°$, o plotas — 5π cm^2.
Apskaičiuokite:
a) skritulio spindulį;
b) nuopjovos (brėžinyje užbrūkšniuota) plotą ($0{,}01$ cm^2 tikslumu);
c) stygos AB ilgį ($0{,}01$ cm tikslumu).



62*. Apskritimo spindulys lygus 50 cm.
1) Apskaičiuokite į šį apskritimą įbrėžto ir apie jį apibrėžto taisyklingųjų:
   a) aštuonkampių perimetrus ir plotus ($0{,}1$ cm ir $0{,}1$ cm^2 tikslumu);
   b) dvylikakampių perimetrus ir plotus ($0{,}1$ cm ir $0{,}1$ cm^2 tikslumu).
2) Palyginkite šių daugiakampių perimetrus ir plotus atitinkamai su apskritimo ilgiu ir juo ribojamo skritulio plotu.

63*. Į apskritimą įbrėžtas taisyklingasis aštuonkampis, kurio kraštinė lygi a. Raskite:
a) apie šį apskritimą apibrėžto taisyklingojo aštuonkampio kraštinę;
b) šių aštuonkampių plotus.

64*. Brėžinyje pavaizduota guolio dalis.



Apskaičiuokite vidinio ir išorinio apskritimų, kuriais rieda rutuliukai, spindulius (OA ir OB), jei guolyje telpa:
a) 25 plieniniai rutuliukai, kurių kiekvieno skersmuo 15 mm;
b) 20 plieninių rutuliukų, kurių kiekvieno skersmuo 15 mm;
c) 20 plieninių rutuliukų, kurių kiekvieno skersmuo 16 mm.

65. Plokštelėje reikia išgręžti 12 vienodų apskritų angų, kurių centrai būtų išsidėstę apskritime atstumais lygiais 40 mm. Koks turi būti šio apskritimo skersmuo? Atsakymą parašykite 1 mm tiklsumu.

66. Į apskritimą įbrėžtas kampas, kurio didumas yra α ir kuris remiasi į a cm ilgio stygą. Raskite apskritimo spindulį.

67. Raskite skritulio plotą, jeigu a ilgio styga iš centro matoma kampu α.

68. Išpjovos spindulys yra R, o kampas lygus 2α. Raskite į šią išpjovą įbrėžto skritulio plotą. (Skritulys liečia išpjovos spindulius ir lanką.)

69*. Taisyklingojo n-kampio kraštinių vidurio taškai sujungti atkarpomis ir gautas naujas n-kampis. Raskite gautojo n-kampio ir duotojo n-kampio plotų santykį.

70*. Apie taisyklingąjį n-kampį, kurio kraštinė lygi a, apibrėžtas apskritimas ir į jį įbrėžtas apskritimas. Raskite gauto žiedo plotį (atstumą tarp apskritimų).
Nurodymas. Remkitės 13 uždavinyje c) punkte įrodyta formule.

71*. Lygiašonės trapecijos aukštinė lygi h, o kampas tarp įstrižainių, esantis prieš šoninę kraštinę, lygus α. Raskite trapecijos plotą.

<u>72.</u> Lygiašonio trikampio ABC ($AB = BC$) kraštinė $AC = a$, o $\angle BAC = \alpha$. Raskite pusiaukraštinės AD ilgį.

73*. Trikampio ABC kraštinės AC ilgis lygus 2 cm, kraštinės BC ilgis lygus 3 cm, o kampas B dukart mažesnis už kampą A. Raskite trikampio aukštinę, nubrėžtą į kraštinę AB.

74. Smailiajame trikampyje ABC: $BC = 2\,\text{cm}$, $\sin B = 0{,}8$, o $S_{ABC} = 8\,\text{cm}^2$. Raskite trikampio aukštinę, nubrėžtą į kraštinę AC.

75*. Trikampio kraštinės ilgis yra 14 cm, o į ją nubrėžtos aukštinės ilgis lygus 12 cm. Kitų dviejų kraštinių ilgių suma lygi 28 cm. Raskite kitų trikampio kraštinių ilgius.
Nurodymas. Remkitės Herono formule.

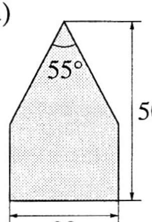
<u>76.</u> Trikampio ABC perimetras lygus $2p$, kraštinė $AC = b$, o $\angle B = \beta$. Į trikampį įbrėžtas apskritimas, kurio centras O. Raskite trikampio BOK plotą, jei KO — apskritimo spindulys.
Nurodymas. Remkitės liestinių atkarpų, išvestų iš šalia apskritimo esančio taško, savybe ir įrodykite, kad $BK = p - b$.

77*. Smailiajame trikampyje ABC: $BC = 8\,\text{cm}$, $AC = 5\,\text{cm}$, $S_{ABC} = 12\,\text{cm}^2$. Raskite kampo A sinusą.
Nurodymas. Remkitės trikampio ploto formule $S = \frac{1}{2}a \cdot b \cdot \sin C$, kosinusų ir sinusų teoremomis bei lygybe $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.

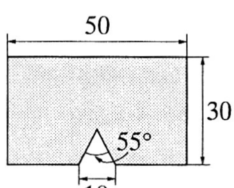
78. Stačiakampio gretasienio pagrindo kraštinės lygios 32 cm ir 25 cm, o įstrižainė pasvirusi į pagrindo plokštumą 62° kampu. Apskaičiuokite stačiakampio gretasienio tūrį.

79. Brėžinyje pavaizduotos detalės yra pagamintos iš plieno. Raskite masę (0,1 g tikslumu) kiekvienos detalės, jeigu jų storis yra 4 mm, o plieno tankis $\rho = 7{,}9\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. (Brėžinyje duomenys duoti milimetrais.)

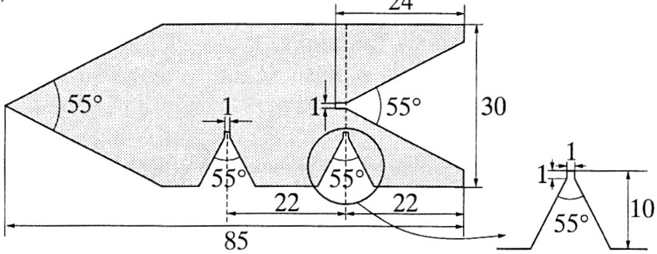
a)



b)

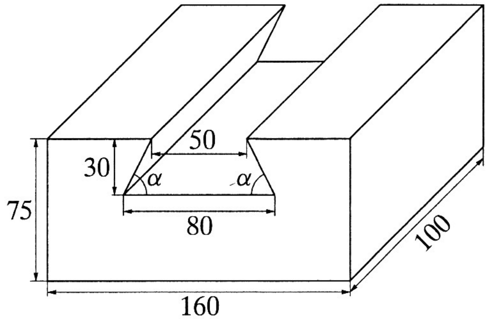


*c)



80. Daržinės ilgis yra 15 m, plotis — 8 m, aukštis — 3,5 m, o kampas tarp dvišlaičio stogo gegnių lygus 100°. Raskite daržinės tūrį (1 m^3 tikslumu).

81. Stačiakampio gretasienio formos geležinės detalės matmenys 160 mm × 100 mm × × 75mm. Detalėje padaryta „kregždutės uodegos“ formos išpjova. Išpjovos pjūvio matmenys: $a = 80$ mm, $b = 50$ mm, $h = 30$ mm. Raskite:
a) detalės masę, jei geležies tankis $\rho = 7{,}8\ \frac{g}{cm^3}$;
b) kampą α.



82. Stačiojo gretasienio pagrindas — rombas, kurio kraštinė lygi 36 cm, o smailusis kampas 56°. Trumpesnioji gretasienio įstrižainė su pagrindo plokštuma sudaro 65° kampą. Apskaičiuokite gretasienio tūrį (1 cm^3 tikslumu).

83. Stačiojo gretasienio pagrindas — rombas, o gretasienio įstrižainės su pagrindo plokštuma sudaro kampus α ir β ($\alpha > \beta$). Raskite gretasienio tūrį, jei jo aukštinė lygi h. Apskaičiuokite gretasienio tūrį (0,01 dm tikslumu), kai $\alpha = 58°$, $\beta = 39°$, $h = 1{,}8$ dm.

84. Taisyklingosios trikampės piramidės pagrindo kraštinė lygi b, o aukštinė su šonine siena sudaro kampą β. Raskite piramidės tūrį.

85. Raskite tūrį stačiakampio gretasienio, kurio įstrižainė lygi d ir kuri su gretimomis sienomis sudaro kampus α ir β.

86. Stačiakampio gretasienio įstrižainė su pagrindo plokštuma sudaro kampą β, o su šonine siena — kampą α. Raskite gretasienio tūrį, jei jo aukštinė lygi h.

87*. Trikampės stačiosios prizmės $ABCA_1B_1C_1$ pagrindas yra trikampis ABC, kurio $\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta$, o $AB = a$. Raskite prizmės tūrį, jeigu sienos BCC_1B_1 įstrižainė BC_1 pasvirusi į pagrindo plokštumą kampu φ.

88. Stačiosios prizmės pagrindas — statusis trikampis, kurio vienas smailusis kampas lygus α. Didžiosios sienos įstrižainė lygi d ir su šonine briauna sudaro kampą β. Raskite prizmės tūrį.

89. Stačiosios prizmės pagrindas yra rombas, kurio smailusis kampas α. Prizmės didžiosios įstrižainės ilgis lygus l, ir ji pasvirusi į pagrindo plokštumą kampu β. Raskite prizmės tūrį.

90. Taisyklingosios keturkampės prizmės įstrižainė lygi d ir į šoninę sieną pasvirusi kampu α. Raskite prizmės šoninio paviršiaus plotą.
Nurodymas. Stačioji prizmė, kurios pagrindas — taisyklingasis daugiakampis, vadinama taisyklingąja prizme.

91. Raskite taisyklingosios trikampės piramidės tūrį ir šoninio paviršiaus plotą, jeigu jos šoninė briauna lygi b ir į pagrindo plokštumą pasvirusi kampu α.

92. Piramidės pagrindas — statusis trikampis, kurio įžambinė lygi c, o smailusis kampas yra α. Visos šoninės briaunos pasvirusios į pagrindo plokštumą kampu β. Raskite piramidės tūrį.
Nurodymas. Kadangi piramidės briaunos pasvirusios į pagrindo plokštumą vienodais kampais, tai piramidės aukštinė eina per centrą apskritimo, apibrėžto apie pagrindą.

93. Piramidės pagrindas yra lygiakraštis trikampis, kurio kraštinė lygi a. Viena šoninė briauna statmena pagrindo plokštumai, o kitos pasvirusios į pagrindo plokštumą kampu β. Raskite didžiausios šoninės sienos plotą.

94. Taisyklingosios trikampės piramidės pagrindo kraštinė lygi a, o šoninės sienos kampas prie viršūnės yra 2α. Raskite piramidės šoninio paviršiaus plotą.

95. Keturkampės piramidės pagrindas yra stačiakampis, kurio kampas tarp įstrižainių lygus α. Raskite piramidės tūrį, jeigu jos aukštinė lygi h, o šoninės briaunos su aukštine sudaro lygius kampus β.

96. Taisyklingosios n-kampės piramidės šoninės sienos kampas prie viršūnės lygus α, o pagrindo kraštinė lygi a. Raskite piramidės tūrį.

97. Taisyklingosios trikampės piramidės pagrindo viršūnė nuo priešingos šoninės sienos nutolusi atstumu b. Raskite piramidės šoninio paviršiaus plotą, jeigu sienos apotema pasvirusi į pagrindo plokštumą kampu α.

98. Į kūgį įbrėžtas rutulys, kurio spindulys r. Raskite kūgio tūrį, jeigu jo sudaromoji pasvirusi į pagrindo plokštumą kampu α.

99. Į kūgį įbrėžtas rutulys. Raskite rutulio tūrį, jeigu kūgio sudaromoji lygi l ir į pagrindo plokštumą pasvirusi kampu α.

100. Į kūgį įbrėžtas pusrutulis, kurio didysis skritulys yra kūgio pagrinde, o rutulio paviršius liečia kūgio paviršių. Raskite pusrutulio tūrį, jeigu kūgio sudaromoji lygi l ir pasvirusi į pagrindo plokštumą kampu α.

101. Ritinio aukštinė lygi kūgio aukštinei, o ritinio ir kūgio šoninių paviršių plotų santykis lygus $\frac{3}{2}$. Raskite ritinio ir kūgio tūrių santykį, jeigu kūgio sudaromoji pasvirusi į pagrindo plokštumą kampu α.

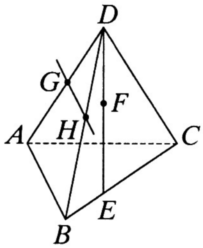
102. Taisyklingosios keturkampės piramidės aukštinė lygi h, o šoninės sienos kampas prie viršūnės lygus 2α. Raskite piramidės šoninio paviršiaus plotą. Apskaičiuokite šį plotą (1 dm^2 tikslumu), kai $h = 8\,\text{dm}$, $\alpha = 26^\circ$.

103. Kūgio šoninis paviršius lygus S, o sudaromoji pasvirusi į pagrindo plokštumą kampu α. Raskite kūgio pagrindo spindulį ir aukštinę. Apskaičiuokite kūgio pagrindo spindulį ir aukštinę (0,1 tikslumu), kai $S = 52\pi$, $\alpha = 59^\circ$.

8. ERDVINIAI KŪNAI

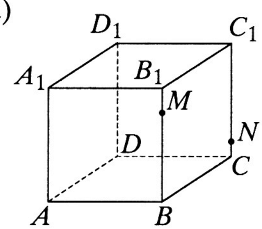
1. a) Tiesė kerta dvi trikampio ABC kraštines. Ar ši tiesė yra trikampio ABC plokštumoje?
b) Tiesė eina per trikampio ABC viršūnę B. Ar ši tiesė yra trikampio ABC plokštumoje?

2. Brėžinyje pavaizduota trikampė piramidė $ABCD$. Išvardykite:
a) plokštumas, kurioms priklauso tiesės AB, BC, AC, AD, BD, DC, DE, GH, DF;
b) plokštumų ABC ir DBC, ADC ir ADB, ADF ir ABC, ADF ir BDC, DGH ir ABC, DGH ir CDF susikirtimo tieses;
c) tiesės AC ir plokštumos BDC, tiesės DF ir plokštumos ABC, tiesės AE ir plokštumos DBC, tiesės GH ir plokštumos CDF susikirtimo tašką.

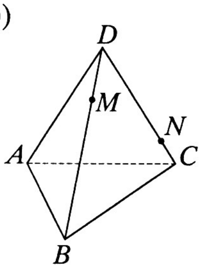


3. Raskite tiesės MN ir plokštumos ABC susikirtimo tašką:

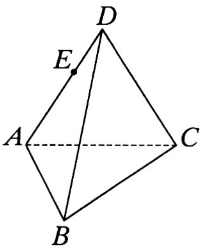
a)



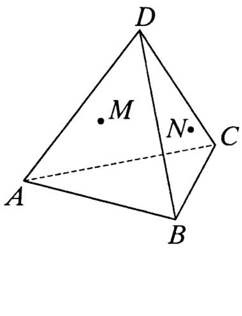
b)



4. Per piramidės $ABCD$ briaunos AD tašką E nubrėžkite tiesę:
a) esančią plokštumoje ADB ir lygiagrečią plokštumai ABC;
b) esančią plokštumoje ADC ir lygiagrečią plokštumai BDC.

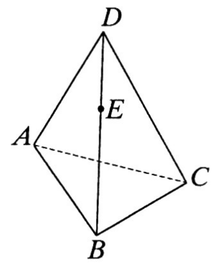


<u>5.</u> Nubraižykite piramidės $ABCD$ pjūvį plokštuma, einančia per tašką D bei sienų BDC ir ADB taškus M ir N.



6*. Kubo $ABCDA_1B_1C_1D_1$ briauna lygi 8 cm. Taškas M briauną BC dalija santykiu $BM : MC = 3 : 1$. Nubraižykite kubo pjūvį plokštuma, einančia per briauną AA_1 ir tašką M. Apskaičiuokite pjūvio plotą.

7. 1) Per trikampės piramidės $ABCD$ briaunos BD tašką E išvesta plokštuma, lygiagreti briaunoms AD ir BC. Nubraižykite pjūvį.
2) Įrodykite, kad šis pjūvis yra lygiagretainis.



8. Nubraižykite stačiakampio gretasienio, kurio pagrindas kvadratas, pjūvį plokštuma, einančia per gretasienio įstrižainę ir lygiagrečia pagrindo įstrižainei.

9. Kubo $ABCDA_1B_1C_1D_1$ sienoje AA_1D_1 pažymėkite tokį tašką M, kad tiesė AM kirstų briauną A_1D_1. Per tašką M nubrėžkite tiesę, lygiagrečią kubo įstrižainei AC_1 ir raskite jos susikirtimo su siena $A_1B_1C_1$ tašką.

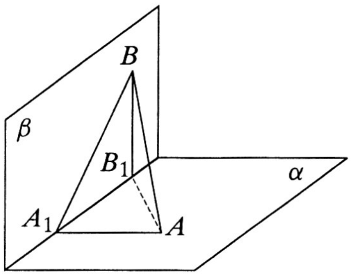
10. Taškai K, L ir M yra kubo $ABCDA_1B_1C_1D_1$ briaunų A_1D_1, BC ir CC_1 vidurio taškai. Įrodykite, kad trikampis KLM yra statusis.

11. $ABCA_1B_1C_1$ — stačioji prizmė, kurios šoninės sienos — kvadratai, o pagrindai yra lygiakraščiai trikampiai, kurių kraštinė lygi a.
1) Nubraižykite šios prizmės pjūvį plokštuma, einančia per pagrindo kraštinę BC ir viršūnę A_1.
2) Apskaičiuokite:
a) S_{CA_1B}; b) V_{A_1ABC}; c) $V_{A_1BCC_1B_1}$.

12. Taškai A ir B yra dvisienio kampo $\alpha l \beta$ sienoje α ir nutolę nuo plokštumos β atstumu $AC = 2{,}5$ cm, $BD = 4$ cm. Taško A atstumas iki briaunos l yra $AM = 5$ cm. Apskaičiuokite taško B atstumą BN iki briaunos l.

13. Dvisienio kampo didumas yra $\alpha°$. Jo viduje pažymėtas taškas M, nuo kampo sienų nutolęs atstumu d. Raskite šio taško atstumą iki dvisienio kampo briaunos.

14. Atkarpos AB galai yra stačiojo dvisienio kampo sienose α ir β. Atkarpos AB projekcija į sieną α yra $AB_1 = 9$ cm, o jos projekcija į sieną β yra $BA_1 = 13$ cm. Apskaičiuokite atkarpos AB ilgį, jeigu $A_1B_1 = 5$ cm.



15. Dvisienio kampo didumas lygus 120°. Šio kampo viduje pažymėtas taškas nuo abiejų kampo sienų nutolęs 6 dm atstumu. Apskaičiuokite šio taško atstumą iki dvisienio kampo briaunos.

16. Per stačiojo lygiašonio trikampio įžambinę, kurios ilgis yra 40 cm, nubrėžta plokštuma α, su trikampio plokštuma sudaranti 30° kampą. Apskaičiuokite trikampio stačiojo kampo viršūnės nuotolį nuo plokštumos α.

17. Įrodykite, kad tetraedro visi dvisieniai kampai yra lygūs. Raskite jų didumą.

18*. Dvisienio kampo briaunoje pažymėti du taškai A ir B, atstumas tarp kurių yra 24 cm. AC ir BD — statmenys į dvisienio kampo briauną, esantys skirtingose sienose. Apskaičiuokite dvisienio kampo didumą, jeigu $AC = 8$ cm, $BD = 5$ cm ir $CD = 25$ cm.

19*. Dvisienio kampo didumas yra 60°. Jo sienose pažymėti taškai A ir B, iš kurių nubrėžti statmenys AD ir BC į dvisienio kampo briauną. Apskaičiuokite:
a) CD, jei $AB = 25$ cm, $AD = 8$ cm, $BC = 5$ cm;
b) AB, jei $DC = 84$ cm, $AD = 15$ cm, $BC = 8$ cm.

<u>20.</u> Taisyklingosios keturkampės piramidės aukštinė lygi H, o šoninė siena pasvirusi į pagrindo plokštumą kampu α. Raskite piramidės šoninio paviršiaus plotą ir tūrį.

<u>21*.</u> Taisyklingosios trikampės piramidės dvisienio kampo tarp gretimų šoninių sienų didumas lygus 120°. Raskite piramidės aukštinę, jeigu atstumas nuo pagrindo centro iki šoninės briaunos lygus a.

22. Raskite taisyklingosios šešiakampės piramidės aukštinę, jeigu jos pagrindo kraštinė lygi a, o dvisienio kampo prie pagrindo kosinusas lygus 0,5.

23. Piramidės pagrindas — rombas, kurio kraštinė lygi 15 dm, o ilgesnioji įstrižainė — 24 dm. Šoninės piramidės sienos į pagrindo plokštumą pasvirusios 45° kampu. Apskaičiuokite piramidės tūrį.

<u>24.</u> Taisyklingosios keturkampės nupjautinės piramidės pagrindų kraštinės yra 18 cm ir 8 cm, o aukštinė lygi 12 cm. Apskaičiuokite piramidės viso paviršiaus plotą.

<u>25.</u> Taisyklingosios šešiakampės nupjautinės piramidės pagrindų kraštinės yra 12 dm ir 8 dm, o aukštinė lygi 2 dm. Apskaičiuokite jos šoninio paviršiaus plotą.

<u>26.</u> Taisyklingosios keturkampės nupjautinės piramidės šoninio paviršiaus plotas dvigubai mažesnis už viso paviršiaus plotą. Apskaičiuokite:
1) piramidės aukštinę, jeigu jos pagrindų kraštinės lygios 12 dm ir 6 dm;
2) dvisienio kampo prie pagrindo kosinusą.

<u>27.</u> Taisyklingosios trikampės nupjautinės piramidės šoninė briauna lygi 4 m ir pasvirusi į pagrindo plokštumą 60° kampu. Apskaičiuokite piramidės tūrį, jeigu apie mažesnįjį pagrindą apibrėžto apskritimo spindulys lygus 1 m.

28*. Raskite taisyklingosios trikampės piramidės dvisienio kampo prie pagrindo didumą, jeigu jos šoninio paviršiaus ir viso paviršiaus plotų santykis yra $\frac{2}{3}$.

<u>29*.</u> Taisyklingosios keturkampės piramidės pagrindo kraštinė lygi a, o dvisienio kampo tarp gretimų šoninių sienų didumas yra 120°. Raskite piramidės tūrį.

30. Taisyklingosios nupjautinės keturkampės piramidės šoninio paviršiaus plotas lygus $816\,cm^2$, aukštinė — 15 cm, o pagrindų kraštinių ilgių skirtumas yra 16 cm. Apskaičiuokite jos tūrį.

31. Taisyklingosios nupjautinės trikampės piramidės pagrindų kraštinės yra 6 cm ir 4 cm, o dvisienio kampo prie pagrindo didumas lygus 60°. Apskaičiuokite piramidės šoninio paviršiaus plotą.

32. Taisyklingosios keturkampės nupjautinės piramidės pagrindų perimetrai yra 20 cm ir 14 cm, o šoninio paviršiaus plotas lygus $40\,cm^2$. Apskaičiuokite (1° tikslumu) piramidės dvisienio kampo prie pagrindo didumą.

33*. Taisyklingosios trikampės piramidės pjūvis plokštuma, einančia per šoninę briauną ir aukštinę, yra statusis trikampis. Raskite dvisienio kampo prie pagrindo tangentą.

34*. Taisyklingojoje trikampėje piramidėje nubrėžtas pjūvis plokštuma, einančia per pagrindo kraštinę ir statmena šoninei briaunai. Raskite pjūvio plotą, jeigu piramidės pagrindo kraštinė lygi a, o šoninė briauna pasvirusi į pagrindo plokštumą kampu α.

35. Taisyklingosios keturkampės nupjautinės piramidės pagrindų ir aukštinės ilgiai sutinka kaip $7 : 4 : 2$. Apskaičiuokite nupjautinės piramidės viso paviršiaus plotą, jei šoninio paviršiaus plotas lygus $110\,dm^2$.

36. Taisyklingosios keturkampės nupjautinės piramidės pagrindų plotai yra $16\,dm^2$ ir $324\,dm^2$, o įstrižaininio pjūvio plotas lygus $88\,dm^2$. Apskaičiuokite nupjautinės piramidės šoninio paviršiaus plotą.

37. Taisyklingosios nupjautinės keturkampės piramidės pagrindų kraštinės yra $5\sqrt{2}$ cm ir $\sqrt{2}$ cm, o šoninė briauna lygi 5 cm. Apskaičiuokite piramidės tūrį.

38. Nupjautinės taisyklingosios keturkampės piramidės pagrindų kraštinės yra 24 cm ir 12 cm, o aukštinė lygi 8 cm. Apskaičiuokite piramidės tūrį ir viso paviršiaus plotą.

39. Taisyklingosios keturkampės nupjautinės piramidės aukštinė lygi 7 cm, šoninė briauna — 9 cm, o įstrižainė — 11 cm. Apskaičiuokite piramidės pagrindų kraštines.

40. Taisyklingosios nupjautinės keturkampės piramidės aukštinė lygi 63 cm, apotema — 65 cm, o pagrindų kraštinių santykis yra $7 : 3$. Apskaičiuokite piramidės pagrindų kraštines.

41. Taisyklingosios nupjautinės keturkampės piramidės pagrindų kraštinės lygios 16 cm ir 34 cm, o šoninės briaunos ir apotemos santykis yra $5 : 4$. Apskaičiuokite piramidės aukštinę.

42. Apskaičiuokite taisyklingosios nupjautinės šešiakampės piramidės šoninio paviršiaus plotą, jeigu piramidės pagrindų kraštinės yra 12 dm ir 8 dm, o aukštinė lygi 2 dm.

43. Apskaičiuokite kūgio viso paviršiaus plotą, jeigu:
a) ašinio pjūvio perimetras lygus 64 cm, o šoninio paviršiaus išklotinės kampas 120°;
b) ašinio pjūvio plotas lygus $12\,cm^2$, o šoninio paviršiaus išklotinės kampas 216°;
c) aukštinė lygi 4 cm, o šoninio paviršiaus išklotinės kampas 216°.

44. Kūgio aukštinė lygi h. Raskite kūgio tūrį, jeigu jo išklotinė yra skritulinė išpjova, kurios centrinis kampas lygus 120°.

45. Kūgis ir ritinys turi lygias aukštines, pagrindus ir šoninio paviršiaus plotus. Raskite kūgio ašinio pjūvio kampą prie viršūnės.

46*. Kūgio pagrindo spindulys yra R. Plokštuma, lygiagreti kūgio pagrindui, kerta kūgį ir dalija jo tūrį pusiau. Raskite šio pjūvio plotą.

47. Kūgio tūris lygus V, o pagrindo spindulys yra R. Raskite kūgio ašinio pjūvio plotą.

48. a) Kūgio aukštinė padalyta į 3 lygias dalis, o per dalijimo taškus išvestos plokštumos, lygiagrečios pagrindo plokštumai. Raskite gautų pjūvių plotus, jei kūgio pagrindo spindulys lygus R.
b) Kūgio aukštinė padalyta į 4 lygias dalis, o per dalijimo taškus išvestos plokštumos, lygiagrečios pagrindo plokštumai. Raskite gautų pjūvių plotus, jei kūgio pagrindo spindulys lygus R.

49. Nupjautinio kūgio formos detalė sveria 977 g. Apskaičiuokite (0,1 tikslumu) tankį medžiagos, iš kurios padaryta ši detalė, jeigu detalės pagrindų skersmenys yra 12 cm ir 5 cm, o sudaromoji lygi 6 cm.

50. Apskaičiuokite tūrį nupjautinio kūgio, kurio sudaromoji lygi 5 cm, o pagrindų spinduliai yra:
a) 6 cm ir 3 cm; b) 6 cm ir 9 cm.

51. Nupjautinio kūgio sudaromoji lygi 5 cm, o jo pagrindų skersmenys — 8 cm ir 3 cm. Apskaičiuokite kūgio aukštinę ir kampą tarp kūgio sudaromosios ir pagrindo plokštumos.

52. Apskaičiuokite nupjautinio kūgio šoninio paviršiaus plotą, jeigu kūgio sudaromoji lygi 10 cm, o ašinio pjūvio vidurinė linija — 16 cm.

53. Nupjautinio kūgio pagrindų spinduliai lygūs 10 cm ir 20 cm, o sudaromoji pasvirusi į pagrindo plokštumą 45° kampu. Apskaičiuokite kūgio tūrį.

54. Nupjautinio kūgio ašinio pjūvio plotas yra 100 cm^2, o smailusis pjūvio kampas lygus 30°. Apskaičiuokite kūgio šoninio paviršiaus plotą.

55. Apskaičiuokite nupjautinio kūgio aukštinę, jeigu jo tūris lygus 20 dm^3, o pagrindų spinduliai yra 3 dm ir 1 dm.

56. Nupjautinio kūgio sudaromoji lygi l. Raskite jo šoninio paviršiaus plotą, jeigu į nupjautinio kūgio ašinį pjūvį galima įbrėžti apskritimą.

57. Nupjautinio kūgio pagrindų spinduliai yra r ir R, o sudaromoji pasvirusi į pagrindo plokštumą 60° kampu. Raskite kūgio šoninio paviršiaus plotą.

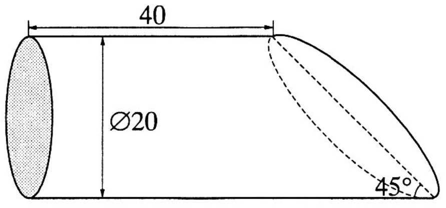
58. Nupjautinio kūgio sudaromoji lygi a ir pasvirusi į pagrindo plokštumą 60° kampu. Ašinio pjūvio įstrižainė šį kampą dalija pusiau. Raskite nupjautinio kūgio paviršiaus plotą.

59. Nupjautinio kūgio šoninio paviršiaus plotas lygus 75,36 cm^2, o pagrindų plotai yra 12,56 cm^2 ir 50,24 cm^2. Apskaičiuokite sudaromosios pasvirimo į pagrindo plokštumą kampo didumą ($\pi \approx 3,14$).

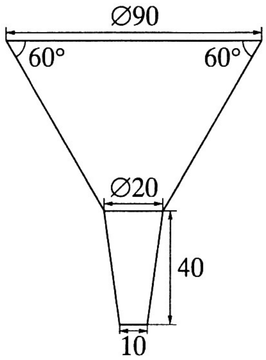
60. Nupjautinio kūgio pagrindų spinduliai lygūs 11 cm ir 27 cm. Kūgio sudaromosios ir aukštinės ilgių santykis yra 17 : 15. Apskaičiuokite nupjautinio kūgio ašinio pjūvio plotą.

61. Nupjautinio kūgio sudaromoji lygi 17 cm, aukštinė — 15 cm, o pagrindų spindulių santykis yra 5 : 3. Apskaičiuokite nupjautinio kūgio pagrindų spindulius.

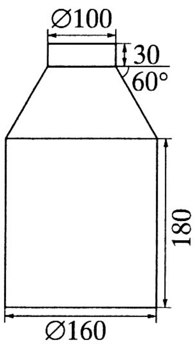
62. Brėžinyje pavaizduotas dešros gabalas (matmenys duoti milimetrais). Apskaičiuokite dešros tūrį ($\pi \approx 3,14$).



63. Pagal piltuvėlio skerspjūvio brėžinį (duomenys pateikti milimetrais) apskaičiuokite piltuvėlio išorinio paviršiaus plotą ($\pi \approx 3,14$).

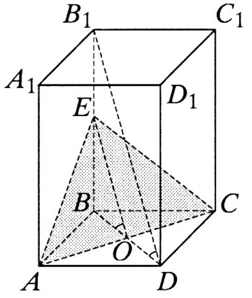


64. Bidonėlio skerspjūvio matmenys parodyti brėžinyje (mili metrais). Apskaičiuokite bidonėlio (be dangčio) tūrį ir viso išorinio paviršiaus plotą ($\pi \approx 3,14$).

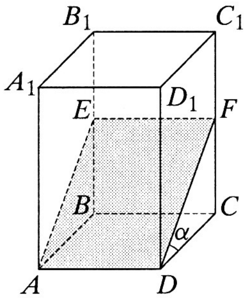


65. Plokštuma, nubrėžta per kubo pagrindo briauną ir su pagrindo plokštuma sudaranti kampą α ($\alpha < 45°$), dalija kubą į trikampę ir keturkampę prizmes. Raskite kiekvienos prizmės tūrį, jeigu kubo briauna lygi a.

66. Stačiakampyje gretasienyje, kurio pagrindas yra kvadratas, per pagrindo įstrižainę lygiagrečiai gretasienio įstrižainei nubrėžta plokštuma. Raskite gretasienio pjūvio šia plokštuma plotą, jeigu gretasienio įstrižainė su pagrindo plokštuma sudaro kampą α ($\angle B_1DB = \alpha$), o pagrindo kraštinė lygi a.

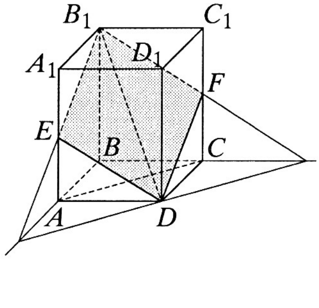


67. Stačiakampio gretasienio pagrindas yra kvadratas, kurio kraštinė lygi a. Plokštuma, einanti per pagrindo kraštinę ir kertanti priešingą gretasienio sieną, su pagrindo plokštuma sudaro kampą α. Raskite gretasienio pjūvio šia plokštuma plotą.



68. Stačiakampio gretasienio pagrindo kraštinės lygios a ir b. Plokštuma, einanti per gretasienio apatinio pagrindo kraštinę ir per viršutinio pagrindo lygiagrečią kraštinę, su pagrindo plokštuma sudaro kampą α. Raskite gretasienio pjūvio šia plokštuma plotą.

69. Stačiakampyje gretasienyje, kurio pagrindas — kvadratas, per gretasienio įstrižainę nubrėžta plokštuma, lygiagreti pagrindo įstrižainei. Raskite gretasienio pjūvio šia plokštuma plotą, jeigu gretasienio įstrižainė su šonine briauna sudaro kampą α ($\angle BB_1D = \alpha$), o pagrindo kraštinė lygi a.



70. Taisyklingosios trikampės piramidės pagrindo kraštinė lygi a. Raskite piramidės tūrį, jeigu dvisienis kampas prie pagrindo lygus 45°.

71. Plokštuma, einanti per taisyklingosios trikampės prizmės pagrindo kraštinę ir priešingos briaunos vidurio tašką, su pagrindo plokštuma sudaro kampą α. Raskite prizmės šoninio paviršiaus plotą, jei pagrindo kraštinė lygi a.

72*. Taisyklingosios keturkampės piramidės šoninė briauna pasvirusi į pagrindo plokštumą kampu α. Raskite dvisienio kampo prie pagrindo briaunos β tangentą. Apskaičiuokite (1° tikslumu) šį kampą, kai $\alpha = 45^\circ$.

73. Taisyklingosios keturkampės piramidės sienos kampas prie viršūnės lygus α. Raskite piramidės šoninės sienos pasvirimo kampo į pagrindo plokštumą β kosinusą. Apskaičiuokite (1° tikslumu) šį kampą, kai $\alpha = 60^\circ$.

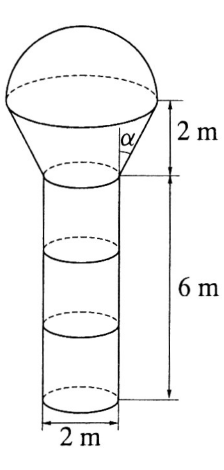
74. Taisyklingosios trikampės piramidės dvisienis kampas prie pagrindo briaunos lygus α. Raskite šoninės briaunos pasvirimo į pagrindo plokštumą kampo β tangentą. Apskaičiuokite (1° tikslumu) šį kampą, kai $\alpha = 60^\circ$.

75. Per taisyklingosios trikampės prizmės pagrindo kraštinę ir priešingos sienos viršūnę nubrėžta plokštuma, su pagrindo plokštuma sudaranti kampą α. Raskite prizmės pjūvio šia plokštuma plotą, jei prizmės pagrindo kraštinė lygi a.

76. Taisyklingosios trikampės piramidės pagrindo kraštinė lygi a, o šoninė briauna pasvirusi į pagrindo plokštumą kampu α. Raskite plotą pjūvio plokštuma, einančia per piramidės šoninę briauną ir aukštinę.

77*. Taisyklingosios keturkampės piramidės šoninė briauna lygi b ir su pagrindo plokštuma sudaro kampą α. Per pagrindo įstrižainę lygiagrečiai šoninei briaunai nubrėžta plokštuma. Raskite piramidės pjūvio šia plokštuma plotą.

78. Bokštas susideda iš 2 m skersmens ir 6 m aukščio ritinio, nupjautinio kūgio, kurio aukštis yra 2 m, apatinio pagrindo skersmuo lygus 2 m, o kampas $\alpha = 45^\circ$. Bokšto viršuje yra pusrutulis, kurio skersmuo lygus kūgio didesniojo pagrindo skersmeniui. Apskaičiuokite bokšto tūrį ir išorinio paviršiaus plotą ($\pi \approx 3{,}14$). Kiek reikės dažų šio bokšto nudažymui, jei 1 m^2 nudažyti reikia 150 g dažų?



ATSAKYMAI

ĮVADINIS SKYRIUS

1. a) 9 399 246 tūkst. Lt; b) 9 237 434 tūkst. Lt.
2. 9 108 726 350 Lt $\leqslant S \leqslant$ 9 108 726 449 Lt; 9 108 725 500 Lt $\leqslant S \leqslant$ 9 108 726 499 Lt; 9 108 725 000 Lt $\leqslant S \leqslant$ 9 108 734 999 Lt; 9 108 650 000 Lt $\leqslant S \leqslant$ 9 108 749 999 Lt; 9 108 500 000 Lt $\leqslant S \leqslant$ 9 109 499 999 Lt.
3. a) Tūkstančio vienetų; b) 4 890 475 500 Lt $\leqslant S \leqslant$ 4 890 476 499 Lt, [4 890 475 500; 4 890 476 499]; c) 4 890 480 tūkst. Lt, 4000 Lt, $\approx$ 0,000082%; d) 4 890 500 tūkst. Lt, 24 000 Lt, $\approx$ 0,000491%.
4. a) 1 903 867 tūkst. Lt + 883 711 tūkst. Lt = 2 787 578 tūkst. Lt; b) $\approx$ 31,7%, $\approx$ 68,3%; c) $\approx$ 68,5%; d) $\approx$ 474 500 tūkst. Lt, $\approx$ 17,022%; e) $\approx$ 402 539 tūkst. Lt.
5. b)

	Biudžetai					
	Nacionalinis		Valstybės		Savivaldybių	
	tūkst. Lt	%	tūkst. Lt	%	tūkst. Lt	%
Iš viso:	395 683	100,000	230 879	100,000	164 804	100,000
Sveikatingumo ir sporto priemonės	45 824	11,581	23 410	10,140	22 414	13,600
Kultūros įstaigos	280 932	70,999	144 483	62,580	136 449	82,795
Viešosios informacijos institucijos	39 727	10,040	39 643	17,170	84	0,051
Religijų ir visuomeninių organizacijų rėmimas	14 957	3,780	12 327	5,339	2630	1,596
Centrinių ir savivaldybių institucijų išlaikymas	10 604	2,680	7377	3,195	3227	1,958
Socialinė ekonominė programa	3639	0,920	3639	1,576	—	—

6. a) $\approx$ 4 159 365 tūkst. Lt; b) $\approx$ 115 880 tūkst. Lt.
7. a) 8 666 290 tūkst. Lt;
b)

Iš jų:	tūkst. Lt	%
Fizinių asmenų pajamų mokestis	2 421 738	27,944
Juridinių asmenų pelno mokestis	580 234	6,695
Žemės mokestis	15 046	0,174
Žemės nuomos mokestis	50 070	0,578
Nekilnojamojo turto mokestis	169 199	1,952
Turto dovanojimo ir paveldėjimo mokesčiai	699	0,008
Pridėtosios vertės mokestis (PVM)	3 612 132	41,680
Akcizai	1 340 183	15,464
Tarptautinės prekybos ir sandorių mokesčiai	245 423	2,832
Kiti mokesčiai (žyminis, konsulinis, prekyviečių)	231 566	2,672
Iš viso:	8 666 290	99,999

8. a) 1925 Lt; b) 625 Lt.
9. a) 1,26 Lt; b) 1,32 Lt; c) 0,96 Lt; d) 1,2 Lt.
10. a) Nuo 12 000 Lt iki 72 000 Lt; b) nuo 21 000 Lt iki 126 000 Lt.
11. a) 0 Lt; b) 450 Lt; c) 375 Lt; d) 500 Lt.

12. a) 10%; b) 3055 Lt, 7203 Lt; c) 4500 Lt, 3200 Lt.
13. a) 90 000 Lt; b) 85 000 Lt. **14.** a) 78 750 Lt; b) 56 250 Lt.
15. a) 28 800 Lt; b) 10 800 Lt; c) 36 000 Lt; d) 25 200 Lt.
16. a) 21 714,48 Lt, 13 269,96 Lt, 6031,8 Lt, 6031,8 Lt; b) 44 520,3 Lt, 27 206,85 Lt, 12 366,75 Lt, 12 366,75 Lt; c) 69 770,16 Lt, 42 637,32 Lt, 19 380,6 Lt, 19 380,6 Lt; d) 79 212,06 Lt, 48 407,37 Lt, 22 003,35 Lt, 22 003,35 Lt.
17. a) 101 611,42 Lt; b) 78 363,45 Lt. **18.** a) Taip; b) ne.
19. a) 1) 15 000 Lt; 2) 652,5 Lt; b) 1) 25 000 Lt; 2) 1087,5 Lt.
20. a) 0,145%, 0,185%; b) 181,25 Lt; c) 138,75 Lt.
21. a) 440 Lt, 374 Lt; b) 114 Lt, 90 Lt.
22. a) 92,25 Lt; b) 42,9 Lt; c) 42,5 Lt; d) 157,5 Lt; e) 234,5 Lt.
23. a) 750–1600 Lt; b) 125–300 Lt; c) 175–375 Lt; d) 450–700 Lt.
24. a) 96,25–157,5 Lt; b) 115,5–189 Lt; c) 123,75–720 Lt; d) 148,5–864 Lt.
25. a) $\approx$ 9,091%; b) 10%; c) nuo 0,006*A* Lt iki 0,026*A* Lt, nuo 0,0075*A* Lt iki 0,026*A* Lt; d) nuo 0,009*A* Lt iki 0,032 Lt, nuo 0,0087*A* Lt iki 0,0285*A* Lt.

1 SKYRIUS

1. a) 18 937,15 Lt; b) 21 277,79 Lt. **2.** a) 37 440,03 Lt; b) 44 928,03 Lt.
3. a) 1809,75 Lt; b) 2008,82 Lt. **4.** $\approx$ 6,562%. **5.** $\approx$ 10,297%.
6. Kai skolinama trejiems metams, tai naudingiausia paskolinti verslininkui B. Antanaitis iš paskolos uždirbs 4500 Lt. Kai skolinama septyneriems metams, tai naudingiausia paskolinti verslininkui C. Antanaitis iš paskolos uždirbs 10 707,36 Lt.
7. a) 2074,08 Lt; b) 2132,37 Lt. **8.** a) 14 112 Lt; b) 11 854,08 Lt; c) 9957,43 Lt.
9. a) 9004,07 Lt; b) 9009,3 Lt. **10.** a) 59 136,99 Lt; b) 59 182,88 Lt.
11. a) 6,136%; b) 6,152%. **12.** a) 95 524,18 Lt, $\approx$ 9,273%; b) 107 464,71 Lt, $\approx$ 9,273%.
13. a) 19 712,33 Lt; b) 19 757,86 Lt. **14.** Naudingiau įdėti į banką.
15. a) $10\,000 \cdot 1{,}06^2 = 11\,236$ (Lt); b) $10\,000 \cdot 1{,}06^2 \cdot 1{,}07 = 12\,022{,}52$ (Lt); c) $10\,000 \cdot 1{,}06^2 \cdot 1{,}07^2 = 12\,864{,}10$ (Lt); d) $10\,000 \cdot 1{,}06^2 \cdot 1{,}07^3 = 13\,764{,}58$ (Lt).
16. a) 8820 Lt; b) 9357,14 Lt; c) 9926,99 Lt; d) 10 745,29 Lt; e) 11 179,40 Lt.
17. a) 1920 Lt; b) 3200 Lt. **18.** 5%. **19.** $13\frac{5}{7}$%.
20. a) 6000 Lt; b) 2 metams; c) 900 Lt; d) 12%;
e)

Mokėjimai (pusmečiais)	Skolos likutis (Lt)	Palūkanos (Lt)	Grąžinimo suma (Lt)	Įmoka (Lt)
1	6000	360	1500	1860
2	4500	360	1500	1860
3	3000	360	1500	1860
4	1500	360	1500	1860
Iš viso:	—	1440	6000	7440

21. a) 4000 Lt; b) 1 m. 3 mėn.; c) 500 Lt; d) 10%;
e)

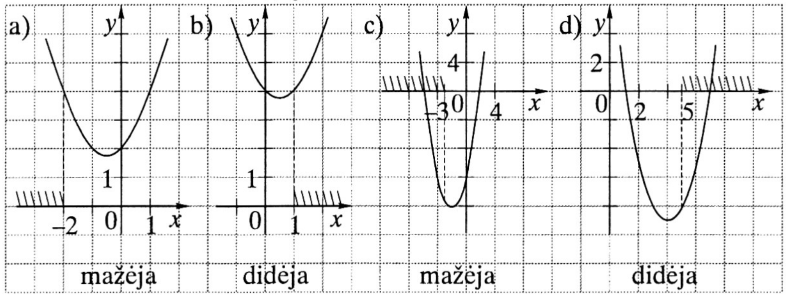
Mokėjimai (ketvirčiais)	Skolos likutis (Lt)	Palūkanos (Lt)	Grąžinimo suma (Lt)	Įmoka (Lt)
1	4000	100	800	900
2	3200	80	800	880
3	2400	60	800	860
4	1600	40	800	840
5	800	20	800	820
Iš viso:	—	300	4000	4300

22. a) 150 Lt; b) 200 Lt. **23.** a) 4; b) 6. **24.** a) 6%; b) 8%.
25. a) 288,12 Lt; b) 271,18 Lt; c) 260,44 Lt; d) 250,12 Lt.
26. a) 545,61 Lt; b) 446,70 Lt.
27. a) ≈ 43 800; b) ≈ 12%. **28.** a) $8\frac{16}{23}$%; b) $19\frac{1}{21}$%.
29. a) $9\frac{1}{11}$%; b) $10\frac{5}{7}$%.
30. a) Atpigo 0,591%; b) atpigo 0,951%.
31. a) 8; b) 9; c) 10. **32.** a) 50%; b) $33\frac{1}{3}$%.
33. a) 29,29%; b) 18,35%; c) 13,40%; d) 10,56%.
34. a) 16 ha, 75%; b) 36 ha, 75%.
35. a) 46,875 cm, 99,97%; b) 31,25 cm, 99,97%.
36. a) 38 720 Lt; b) 34 073,6 Lt; c) 29 984,77 Lt; d) 26 386,60 Lt.
37. 15%.
38. a) 2000 Lt; b) 1800 Lt.
39. a) Po 3 m.; b) po 4 m.
40. a) Po 2 m.; b) po 4 m.; c) po 5 m.; d) po 7 m.
41. a) 9; b) 27; c) 81; d) 243.
42. a) $2,57 \cdot 10^4\,m^3$; b) $4,76 \cdot 10^4\,m^3$.
43. a) 801,21 Lt, 928,82 Lt; b) 785,87 Lt, 956,13 Lt.
44. a) 285 610 Lt; b) vienerius metus.
45. Mieste 70 000 vienetų; šalyje 72 000 vienetų.
46. a) I-oje; b) II-oje.
47. a) Taip; b) ne mažiau 262 etatų.
48. Kitoje dirbtuvėje; 0,81 Lt pigiau.
49. a) 6764,51 Lt; b) 6832,37 Lt.
50. a) 20 950 Lt. *Nurodymas.* Šeimos pajamos sausio mėnesį buvo 1316,32 Lt, o gruodžio mėnesį — 2251,36 Lt. Šeimos pajamos per metus buvo $\frac{2251,36 \cdot 1,05 - 1316,32}{1,05 - 1} = 20952,16 \approx 20\,950$ (Lt); b) 21 380Lt.
51. a) 7084,68 Lt; b) 9388,21 Lt. *Nurodymas.* Ketvirčio sudėtinės palūkanos yra 1,5%, o įnašų ir palūkanų priskaičiavimų iš viso yra 20, todėl $400 \cdot 1,015^{20} + 400 \cdot 1,015^{19} + \cdots + 400 \cdot 1,015 = 400 \cdot 1,015(1,015^{19} + 1,015^{18} + \cdots + 1) = 400 \cdot 1,015 \cdot \frac{1,015^{20} - 1}{1,015 - 1} \approx 9388,21$ (Lt).
52. a) 1614,51 Lt. *Nurodymas.* Sakykime, kad įnašas kiekvieno pusmečio pradžioje yra x Lt, tada $x \cdot 1,04^{20} + x \cdot 1,04^{19} + \cdots + x \cdot 1,04 = 50\,000$; $x \cdot 1,04 \cdot \frac{1,04^{20} - 1}{1,04 - 1} = 50\,000$ ir $x \approx 1614,51$; b) 1525,17Lt.
53. a) 2145,74 Lt. *Nurodymas.* $250 \cdot 1,02^7 + 250 \cdot 1,02^6 + \cdots + 250 \cdot 1,02 + 250 = 250(1,02^7 + 1,02^6 + \cdots + 1,02 + 1) = 250 \cdot \frac{1,02^8 - 1}{1,02 - 1} \approx 2145,74$ (Lt); b) 3353,02 Lt.
54. a) Per 8 metus. *Nurodymas.* Jeigu paskola bus grąžinta per x metų, tai įmokomis iš viso susidarys per tuos metus suma $6960,59 \cdot 1,08^{x-1} + \cdots + 6960,59 \cdot 1,08^2 + 6960,59 \cdot 1,08 + 6960,59 = 6960,59(1,08^{x-1} + \cdots + 1,08^2 + 1,08 + 1) = 6960,59 \cdot \frac{1,08^x - 1}{1,08 - 1}$ (Lt). Kita vertus, per x metų grąžintina suma už 8% metinių sudėtinių palūkanų lygi $40\,000 \cdot 1,08^x$ Lt. Todėl $40\,000 \cdot 1,08^x = 6960,59 \cdot \frac{1,08^x - 1}{0,08}$; $1,08^x = 1,8509303...$; $x \approx 8$ (x randame skaičiuokliu skaičių 1,08 keldami natūraliuoju laipsniu); b) per 10 metų.
55. a) 50 000 Lt. *Nurodymas.* Jeigu paskola yra x Lt, tai pagal sąlygą: $x \cdot 1,1^{16} = 6390,83 \cdot 1,1^{15} + 6390,83 \cdot 1,1^{14} + \cdots + 6390,83 \cdot 1,1 + 6390,83$; $x \cdot 1,1^{16} = 6390,83 \cdot \frac{1,1^{16} - 1}{0,1}$; $x = 49999,991 \approx 50\,000$ Lt; b) ≈ 60 000Lt.

2 SKYRIUS

1. a) 12 km; b) 30 min, 30 min; c) 13 valandą; d) 12 km/h; 8 km/h. **2.** a) 1 val.; 2,4 km/h; b) 14 val.; c) 30 min; 4 km/h; d) išėjo 10 val.; atėjo 13 val. 30 min. **3.** a) Dviratininko greitis yra 15 km/h, o motociklininko — 90 km/h; b) ne; c) dviratininkas išvažiavo anksčiau; d) $\approx$ 3 km 500 m. **4.** c), f), g).

5.



6. Kadangi parabolės viršūnės koordinatės yra (2; 4), tai parabolės lygtį galima užrašyti taip: $y = a(x-2)^2 + 4$. Kadangi parabolė eina per tašką, kurio koordinatės yra (1; 1), tai teisinga lygybė $1 = a(1-2)^2 + 4$, $a = -3$. Tuomet $y = -3(x-2)^2 + 4$ ir $f(x) = -3x^2 + 12x - 8$; $f(4) = -8$.

7. 1) Sprendžiame lygtį: $\frac{3}{4}x^2 = 3x - 3$, $x = 2$. Kadangi lygtis turi tik vieną sprendinį, tai tiesė ir parabolė turi tik vieną bendrą tašką. Vadinasi, tiesė $y = 3x - 3$ yra funkcijos $f(x) = \frac{3}{4}x^2$ grafiko liestinė; 2) kai $x = 2$, $y = 3 \cdot 2 - 3 = 3$, $f(2) = \frac{3}{4} \cdot 2^2 = 3$.

8.

a	2	3,5	4	5,3	8	11	15	16,1
a^3	8	42,875	64	148,877	512	1331	3375	4173,281
a^4	16	150,0625	256	789,0481	4096	14 641	50 625	67 189,8241

9.
a)

a	−6	−3	−2	−1	−0,6	−0,3	−0,2	−0,1	2	20	30	200
a^3	−216	−27	−8	−1	−0,216	−0,027	−0,008	−0,001	8	8000	27 000	8 000 000

b) Skaičių a padidinus 10 kartų, skaičiaus a^3 reikšmė padidėja 1000 kartų; padidinus 100 kartų, skaičiaus a^3 reikšmė padidėja 1 000 000 kartų.

10.
a)

a	0	0,2	0,5	0,7	0,9	1	1,5	2	4	9	12
a^2	0	0,04	0,25	0,49	0,81	1	2,25	4	16	81	144
a^3	0	0,008	0,125	0,343	0,729	1	3,375	8	64	729	1728

b) $a^3 < a^2 < a$; c) -3^3; $-1{,}5^3$; $0{,}2^3$; $0{,}2^2$; $0{,}7^3$; $0{,}7^2$; $1{,}5^2$; $1{,}5^3$; 2^2; 2^3.

11.

a	0,8	10	12,5	405	1200	37 506
$\sqrt{a}$	0,89	3,16	3,54	20,12	34,64	193,66
$\sqrt[3]{a}$	0,93	2,15	2,32	7,40	10,63	33,47

12.
a)

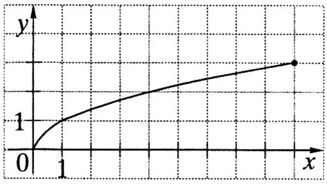
a	0	0,01	0,16	0,25	0,64	0,81	1	1,44	36
$\sqrt{a}$	0	0,1	0,4	0,5	0,8	0,9	1	1,2	6
$\sqrt[3]{a}$	0	0,22	0,54	0,63	0,86	0,93	1	1,13	3,30

Kai $0 < a < 1$, tai $a < \sqrt{a} < \sqrt[3]{a}$; kai $a > 1$, tai $\sqrt[3]{a} < \sqrt{a} < a$; kai $a = 0$ ir $a = 1$, tai $a = \sqrt{a} = \sqrt[3]{a}$; b) $\sqrt[3]{-0{,}7}$; $\sqrt[3]{-0{,}4}$; $-0{,}7$; $-0{,}4$; $0{,}4$; $\sqrt{0{,}4}$; $\sqrt[3]{0{,}4}$; $\sqrt[3]{2}$; $\sqrt{2}$; 2.

13. a) Taip; b) taip; c) taip; d) ne.

14. a)

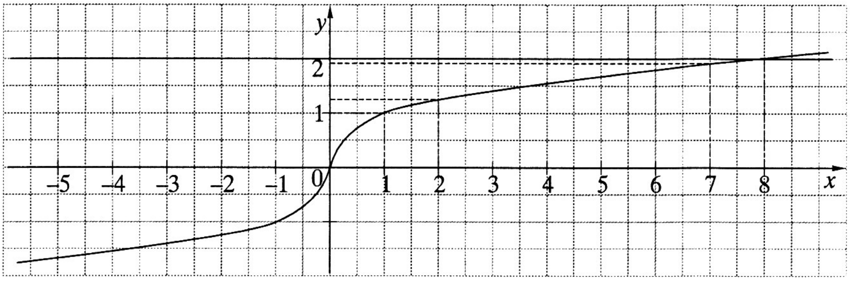
x	0	0,25	0,5	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\sqrt{x}$	0	0,5	0,7	1	1,4	1,7	2	2,2	2,4	2,6	2,8	3,0



b) $f(2{,}5) < f(4{,}5)$; $f(6{,}5) > f(5)$; $f(0{,}3) < f(0{,}7)$.

15. a) $(2{,}5; 2{,}9)$; b) $[-0{,}2; 0{,}8]$; c) $[0{,}5; 1{,}7)$.

16. a) $\approx 1{,}3$; b) $x \approx 7$; c) $[1{,}3; +\infty)$; d) $[1; 2]$; e) $x < 8$; f) $1 < x < 8$.



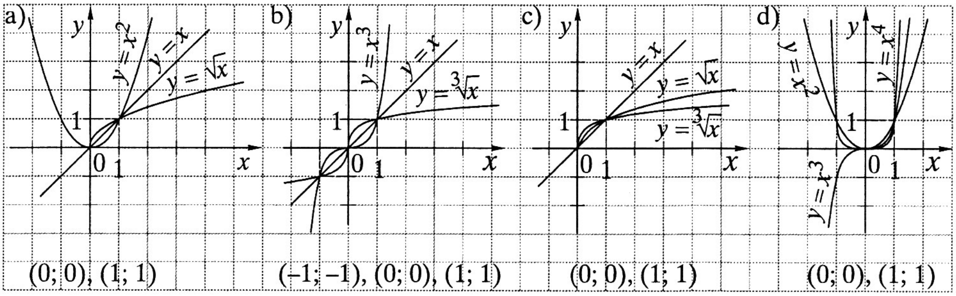
17. a) 10; b) -100; c) -18; d) -30; e) 25; f) 12,5.

18. $f(x) = x^2$ ir $u(x) = \sqrt[3]{x}$.

19. a) Per tašką A eina funkcijos $f(x)$ grafikas, per tašką B — $h(x)$, per tašką C — $g(x)$, per tašką D — $u(x)$, per tašką E — $u(x)$, per tašką F — $g(x)$ ir $h(x)$; b) ne; c) (0; 0) ir (1; 1).

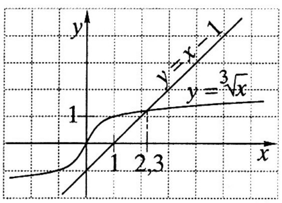
20. a) $\sqrt{0{,}73} < \sqrt{0{,}85}$, nes funkcija $f(x) = \sqrt{x}$, kai $x \geqslant 0$, didėja; b) $\sqrt{0{,}65} < \sqrt[3]{0{,}65}$, nes intervale (0; 1) funkcijos $f(x) = \sqrt{x}$ reikšmės yra mažesnės už atitinkamas funkcijos $g(x) = \sqrt[3]{x}$ reikšmes; c) $\sqrt{2{,}15} > \sqrt[3]{2{,}15}$, nes intervale $(1; +\infty)$ funkcijos $f(x) = \sqrt{x}$ reikšmės yra didesnės už atitinkamas funkcijos $g(x) = \sqrt[3]{x}$ reikšmes; d) $0{,}24^2 > 0{,}24^3 > 0{,}24^4$, nes intervale (0; 1) funkcijos $f(x) = x^2$ reikšmės yra didesnės už atitinkamas funkcijos $g(x) = x^3$ reikšmes, o funkcijos $g(x)$ reikšmės yra didesnės už atitinkamas funkcijos $h(x) = x^4$ reikšmes; e) $2{,}4^2 < 2{,}4^3 < 2{,}4^4$; f) $\sqrt{0{,}92} < \sqrt[3]{0{,}92}$.

21.



22. Lygties sprendinys yra skaičius: a), b) — didesnis už -1, bet mažesnis už 0; c) didesnis už 1, bet mažesnis už 2; d) didesnis už 2, bet mažesnis už 3.

23.



a) $x \approx 2{,}3$; b) $x > 2{,}3$; c) $x \leqslant 2{,}3$.

24. a) 0,25; b) 27; c) 0.

25.

x	-16	-7	1	$1{,}2$
$\frac{\lvert x\rvert}{x}$	-1	-1	1	1

a) 1; b) -1; c) kai $x = 0$, tai reiškinys $\frac{|x|}{x}$ neturi prasmės.

26.

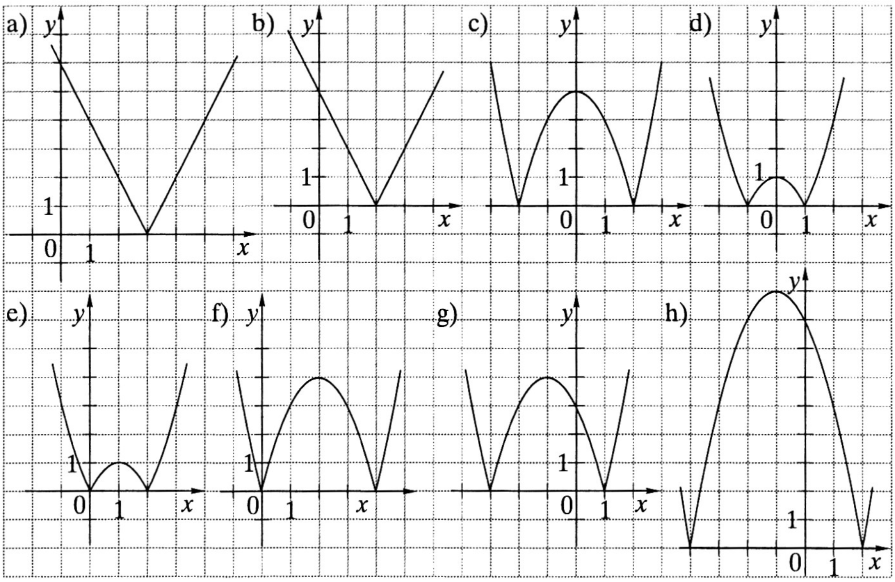
x	8	-10	$1{,}6$	9
$\lvert x\rvert + x$	16	0	$3{,}2$	18

a) $2x$; b) 0.

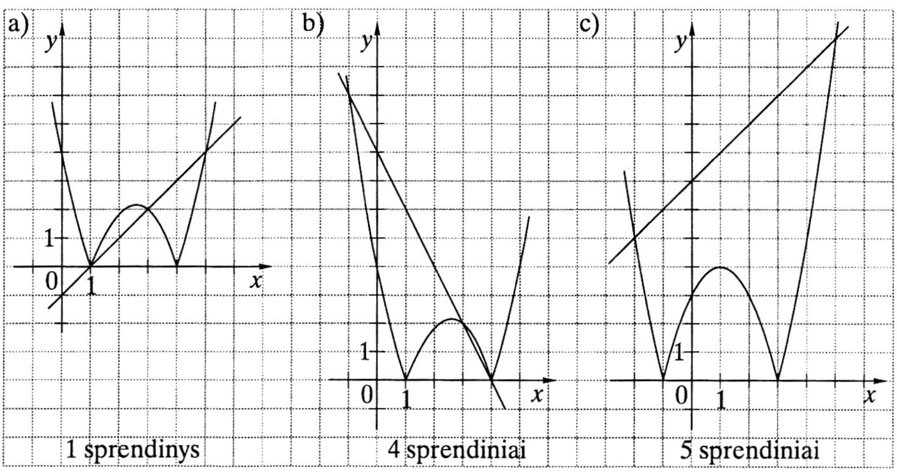
27. a) x^2; b) $-x^2$.

28. a) $-1{,}2am$; b) $3(2 - x)$; c) $2(x - 4)$; d) $5(1{,}2 - x)$.

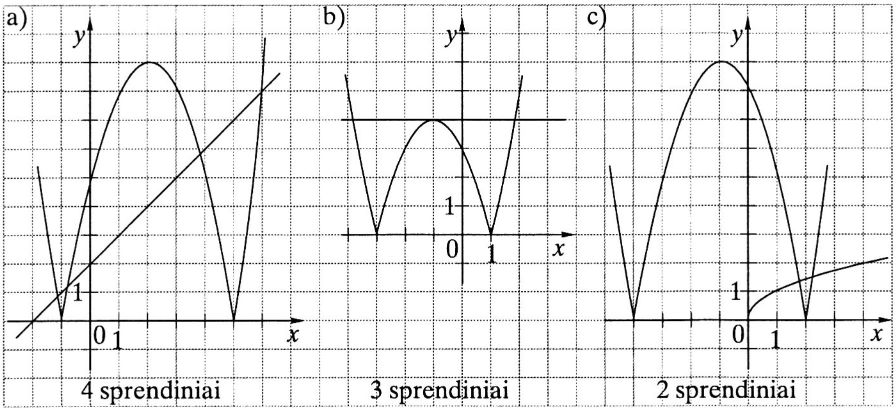
29.



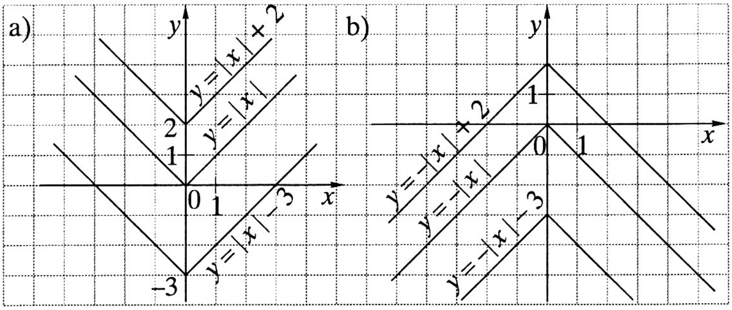
30.



31.



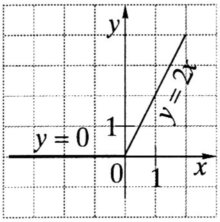
32.



33.

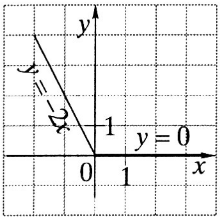
a) $f(x) = \sqrt{x^2} + x = |x| + x = \begin{cases} x + x, & \text{kai } x \geqslant 0, \\ -x + x, & \text{kai } x < 0; \end{cases}$

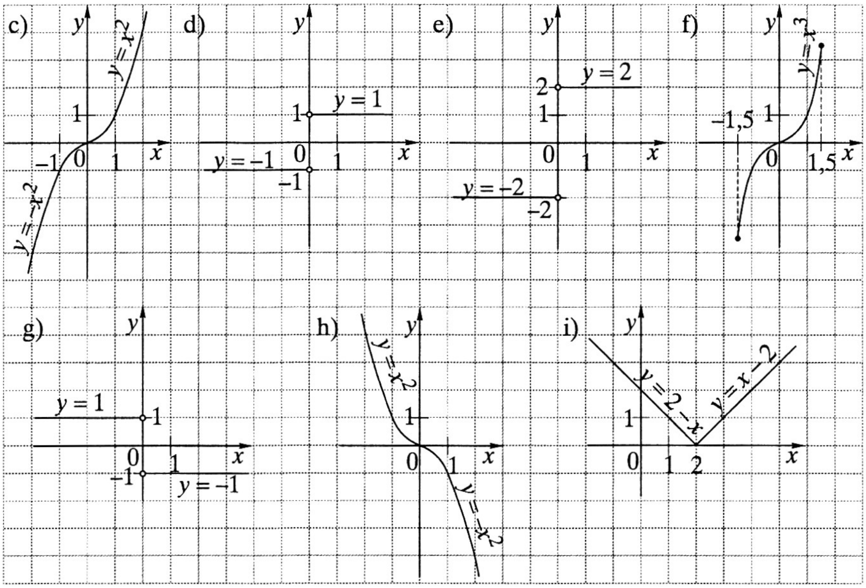
$f(x) = \begin{cases} 2x, & \text{kai } x \geqslant 0, \\ 0, & \text{kai } x < 0; \end{cases}$



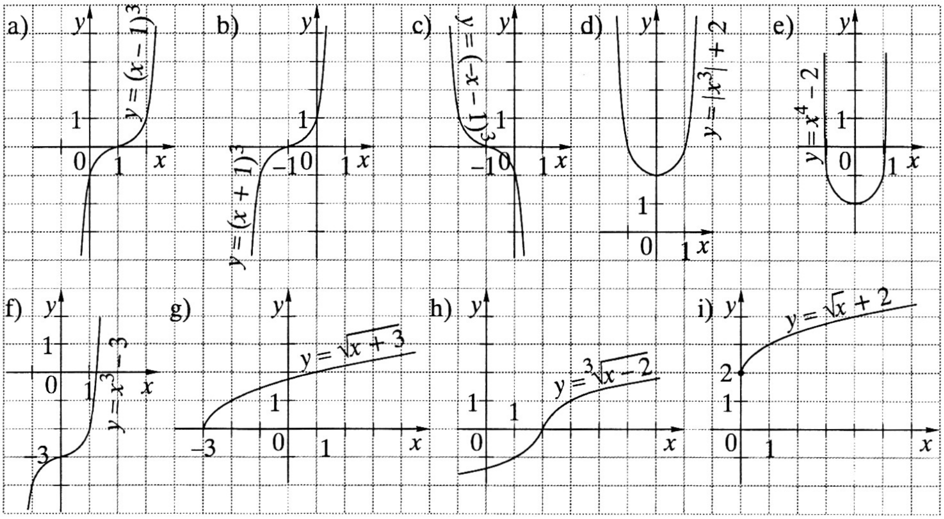
b) $f(x) = \sqrt{x^2} - x = |x| - x = \begin{cases} x - x, & \text{kai } x \geqslant 0, \\ -x - x, & \text{kai } x < 0; \end{cases}$

$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{kai } x \geqslant 0, \\ -2x, & \text{kai } x < 0; \end{cases}$



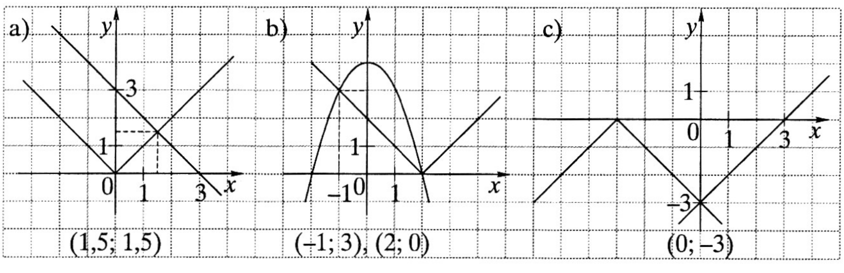


34.

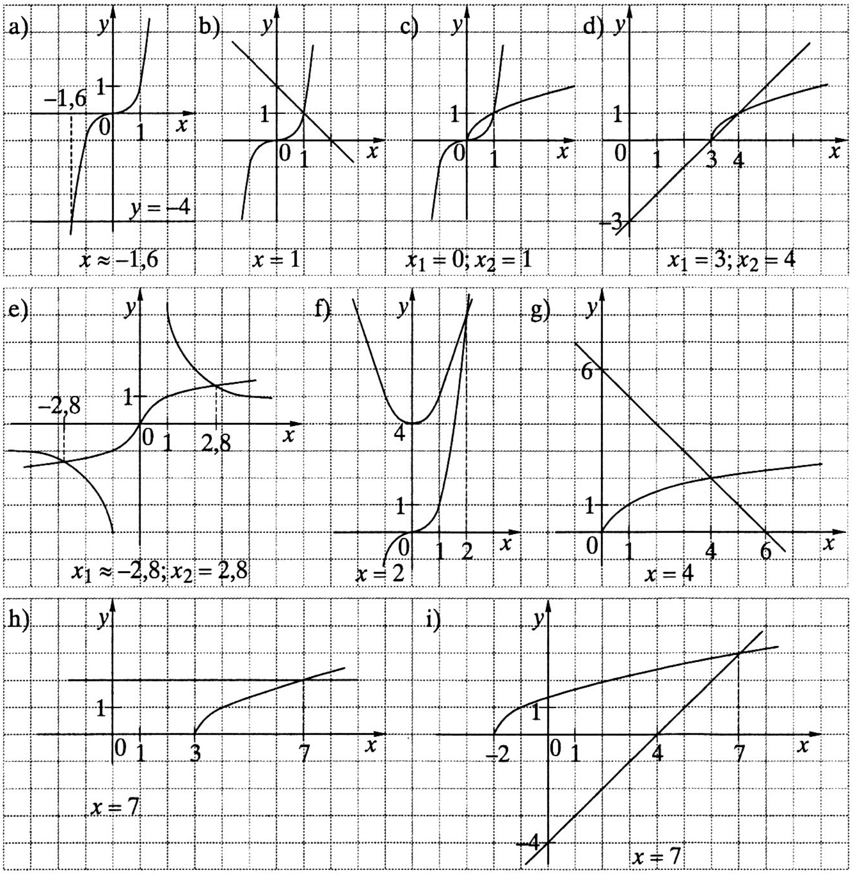


35. a) $\left[-1\frac{1}{12}; 3\right]$; b) $\left[-8; 2\frac{1}{8}\right]$; c) [0; 3]; d) [0; 4].

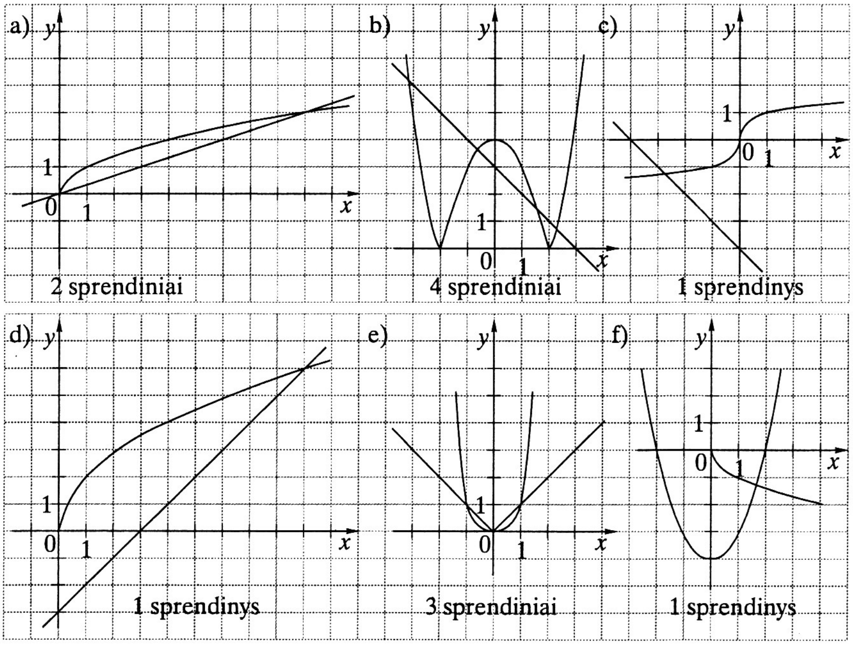
36.



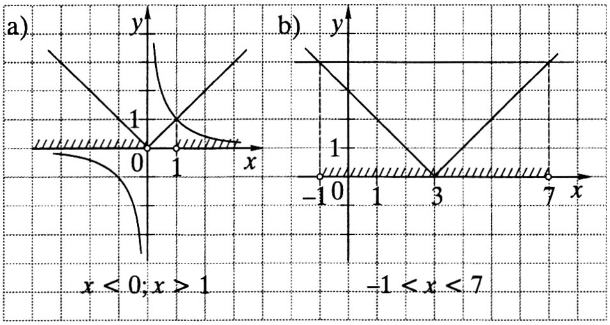
37.


a) x ≈ −1,6
y = −4
b) x = 1
c) x1 = 0; x2 = 1
d) x1 = 3; x2 = 4
e) x1 ≈ −2,8; x2 = 2,8
f) x = 2
g) x = 4
h) x = 7
i) x = 7

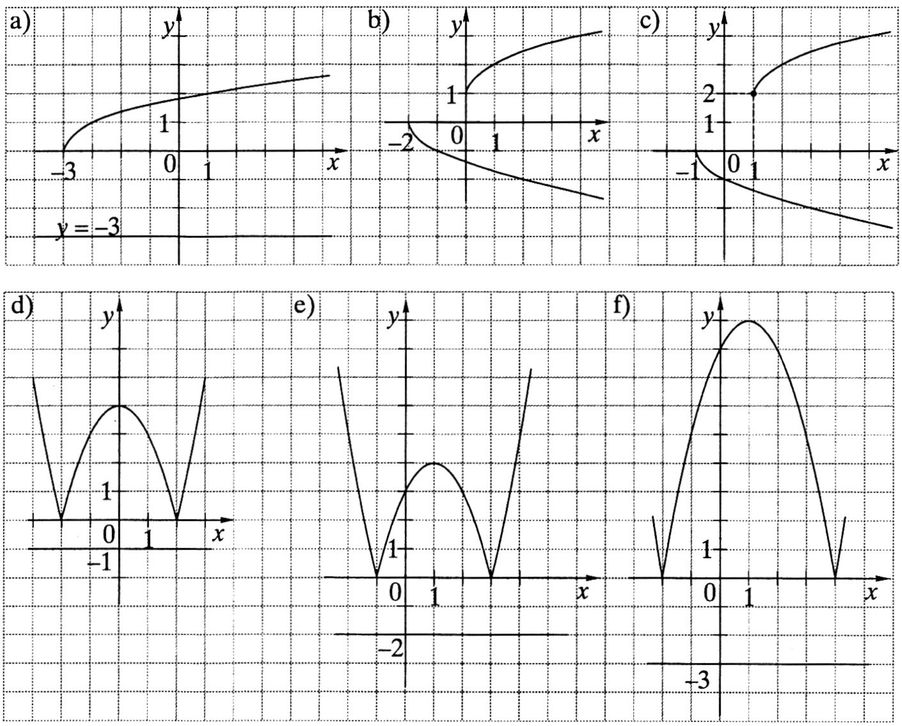
38.


a) 2 sprendiniai
b) 4 sprendiniai
c) 1 sprendinys
d) 1 sprendinys
e) 3 sprendiniai
f) 1 sprendinys

39.

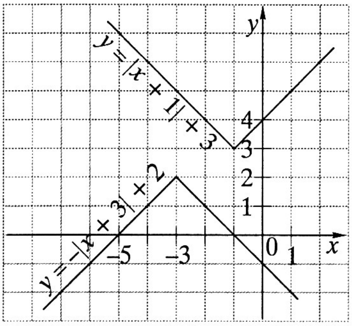


40.



Grafikai neturi bendrų taškų. Tai rodo, kad duotoji lygtis neturi sprendinių.

41. C.
42. C.
43. A.
44. a) Kadangi taškas $A(a; 8)$ priklauso funkcijos $f(x) = x^3$ grafikui, tai $a^3 = 8$ ir $a = 2$. Tuomet taško B koordinatės yra (6; 8). Taškas $B(6; 8)$ priklauso funkcijos $g(x) = (x-4)^3$ grafikui, nes $8 = (6-4)^3$; b) taip; c) taip.

45. 

Kai $2 < a < 3$, tai tiesė $y = a$ su funkcijų $f(x) = |x + 1| + 3$ ir $g(x) = -|x + 3| + 2$ grafikais bendrų taškų neturi; kai $a = 2$ arba $a = 3$ — turi vieną bendrą tašką; kai $a < 2$ arba $a > 3$ — turi du bendrus taškus.

46. Lyginės funkcijos yra a), f) ir i); nelyginės — b) ir h); nėra nei lyginės, nei nelyginės — c), d), e) ir g).

47. **D**.

48. a) 7; 5; b) −4; c) −4.

49. **C**.

50. a) Tarkime, kad trumpiausias atstumas nuo taško $M(2; 0)$ yra iki grafiko taško $N(a; \sqrt{a})$. Tada $MN^2 = (a-2)^2+(\sqrt{a}-0)^2 = a^2-3a+4 = (a-1,5)^2+1,75 \geqslant 1,75$. Trumpiausias atstumas $MN = \frac{\sqrt{7}}{2}$; b) $\frac{\sqrt{11}}{2}$.

51. a), b) — abi kraštinės lygios po 5 cm.

52. a) $\approx 0,85$ cm; $\approx 1,1$ cm; b) ≈ 494 kg; ≈ 1111 kg.

53. a) $\approx 1,8$ km; b) $\approx 4,9$ km.

54. a) $\approx 4,6$ cm; b) 50 cm; c) $\approx 6,7$ cm; d) $\approx 133,9$ cm.

55. $\approx 3,9$ cm.

56. a) $\approx 17\,017$ kg; b) $\approx 1,10$ m. Kadangi $d = h$, tai $h \approx 1,10$ m.

57. a) 0,36%; b) $V = (1,0012x)^3$.

58. a) 0,21%; b) $V = (0,9993x)^3$.

59. a) 2,01 s; b) $\approx 2,84$ s; c) ≈ 99 cm.

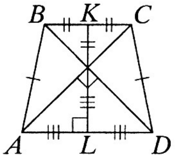
60. $V(x) = \frac{1}{3}x^3$.

61. a) $V = \frac{1}{3}\pi x^2 h_1 + \frac{1}{3}\pi x^2 h_2 = \frac{1}{3}\pi x^2(h_1 + h_2) = \frac{1}{3}\pi x^2 H$;
b) $V = \frac{1}{3}\pi \cdot 10^2 \cdot y + \frac{1}{3}\pi \cdot 10^2(50 - y) = \frac{5000\pi}{3}$ (cm)^3. Bikūgio tūris nepriklauso nuo y reikšmės.

62. 1) $V(x) = \frac{2\pi}{3}x^3$; 2) 2 kartus.

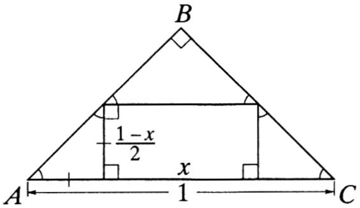
63. 1) 105π cm^2; 2) $V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot (11 - 4) + \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot (11 + 4) = \frac{1}{3}\pi r^2(7 + 15) =$
$= \frac{1}{3} \cdot 105\pi \cdot 22$ (cm^3); 3) $V(x) = \frac{22\pi}{3}(121 - x^2)$ (cm^3).

64. 1) $V(x) = \frac{x^3(4 - \pi)}{4}$; 2) $\frac{\pi x^3}{4} > \frac{1}{2}x^3$.

65. 

$x = \frac{BC + AD}{2} \cdot KL$; a) $\frac{BC + AD}{2} = KL$; KL pažymėkime h. Tada trapecijos plotas $x = h^2$ ir $h = \sqrt{x}$; b) $\frac{BC + AD}{2} = l$; $\frac{BC + AD}{2} = h$. Vadinasi, $h = l$, $x = hl$ arba $x = l^2$, $l = \sqrt{x}$.

66. *Nurodymas*. Remkitės apibrėžtinio keturkampio savybe.

67. 

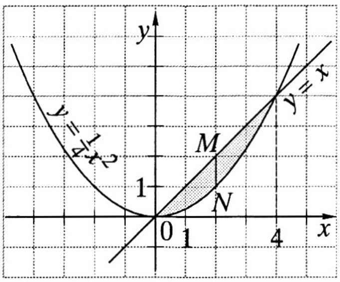
2) $0 < x < 1$;
3) kai $x = 0{,}5$;
4) $0 < S(x) \leqslant 0{,}125$;
5) 0,5; 0,25.

68. 1) Jeigu vienos stačiakampio kraštinės ilgis yra x, tai kitos ilgis bus $(1-x)\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$; 2) $0 < x < 1$; 3) 0,5; 4) $0 < S(x) \leqslant 0{,}125\sqrt{3}$; 5) 0,5; $0{,}25\sqrt{3}$.

69. 1) Lygiagretainio kraštinę AP pažymėkime x. Tada $AM = \frac{P}{3} - x$, o $h = \left(\frac{P}{3} - x\right)\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$; 2) funkcija $S(x)$ įgyja didžiausią reikšmę, kai $x = \frac{P}{6}$. Tuomet $AM = \frac{P}{6}$. Taigi gretimos lygiagretainio kraštinės lygios. Galima tvirtinti, kad lygiagretainis yra rombas.

70. 1) Lygiagretainio kraštinę AM pažymėkime x. Tada $MB = a - x$.
$S_{AMHP} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle MBH} - S_{\triangle PHC} = \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}(a-x)^2 - \frac{1}{2}x^2 = x(a-x) = S(x)$;
2) $S(x)$ įgyja didžiausią reikšmę, kai $x = \frac{a}{2}$. Tada viena lygiagretainio kraštinė lygi $\frac{a}{2}$, o kita — $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Vadinasi, lygiagretainis nėra rombas.

71. Tarkime, kad taškai $M(x;\, x)$ ir $N(x;\, \frac{1}{4}x^2)$, $0 \leqslant x \leqslant 4$, yra ieškomosios atkarpos galai. $MN = x - \frac{1}{4}x^2 = -\left(\frac{1}{2}x - 1\right)^2 + 1$. Kai $x = 2$, tai atkarpos MN ilgis yra didžiausias ir lygus 1.



72. 4,5.

73. 2,25.

74. Pagrindo kraštinę pažymėkime x. Tada šoninės briaunos ilgis yra $4 - 2x$. $S_{\text{šon}} = 4x(4-2x) = -8(x-1)^2 + 8 \leqslant 8$. Kai $x = 1$, tai šoninio paviršiaus plotas yra didžiausias. Pagrindo kraštinės ilgis lygus 1 cm.

75. Pagrindo kraštinės ilgį pažymėkime x. Tada šoninės briaunos ilgis yra $6 - x$. $S_{\text{šon}} = -3(x-3)^2 + 27 \leqslant 27$. Kai $x = 3$, tai šoninio paviršiaus plotas yra didžiausias. Pagrindo kraštinės ilgis lygus 3 cm.

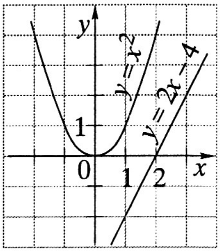
3 SKYRIUS

1. a) Ne; b) taip; c) taip; d) ne.
2. a) $(\approx -1;\ \approx -3{,}8)$, $(\approx 2{,}5;\ \approx 3{,}1)$; b) $(-2;\ -3)$, $(1;\ 0)$; c) $(-3;\ -2)$, $(2;\ 3)$; d) $(3;\ -1)$; e) $(-2;\ 0)$, $(4;\ 6)$; f) sprendinių nėra; g) $(\approx -3{,}8;\ \approx -1{,}1)$, $(\approx -1{,}1;\ \approx -3{,}8)$; $(\approx 1{,}1;\ \approx 3{,}8)$, $(\approx 3{,}8;\ \approx 1{,}1)$; h) $(\approx -2{,}6;\ \approx 3{,}7)$, $(\approx 2{,}6;\ \approx 3{,}7)$; i) $(\approx 1{,}5;\ \approx 2{,}7)$, $(\approx 2{,}4;\ \approx 5{,}9)$; j) $(\approx -5{,}6;\ \approx 5{,}6)$, $(\approx 5{,}6;\ \approx 5{,}6)$; k) $(-1;\ -7)$, $(1;\ -5)$; l) $(\approx -1{,}8;\ \approx -3{,}2)$, $(\approx 1{,}8;\ \approx 3{,}2)$. **3.** a) $(3;\ 1)$, $(1;\ 3)$; b) $(-3;\ -6)$, $(6;\ 3)$; c) $(3;\ 1)$; d) $(-2;\ -4)$, $(4;\ 8)$; e) $\left(-\frac{1}{2};\ 3\frac{1}{2}\right)$, $(2;\ -4)$; f) $(-2;\ 3)$, $(-3;\ 3{,}5)$; g) $(-3;\ -2)$, $(3;\ 1)$; h) $(3;\ -1)$, $(-3;\ 1)$; i) $(0;\ -4)$, $(4;\ 0)$; j) $(-2;\ 7)$, $(-1;\ 5)$; k) $(-1{,}5;\ 0{,}5)$; l) $(3;\ -5)$, $(5;\ -8)$; m) $(-1{,}2;\ 0{,}8)$, $(4;\ 6)$; n) $(3;\ 2)$, $\left(1\frac{1}{4};\ 3\frac{3}{4}\right)$; o) $(0{,}4;\ -0{,}2)$, $\left(-\frac{1}{3};\ 2\right)$.
4. a) $(-4;\ -3)$, $(-4;\ 3)$, $(4;\ -3)$, $(4;\ 3)$; b) $(-2;\ -5)$, $(-2;\ 5)$, $(2;\ -5)$, $(2;\ 5)$; c) $\left(\frac{1}{3};\ -\frac{1}{3}\right)$, $(1;\ 1)$; d) $(-\sqrt{51};\ -1)$, $(\sqrt{51};\ -1)$; e) $(-3;\ -4)$; f) $\left(-2\frac{1}{3};\ 14\right)$, $(3;\ -2)$; g) $\left(\frac{4}{9};\ -\frac{1}{3}\right)$, $(1;\ -2)$; h) $\left(-\frac{1}{3};\ -1\right)$, $\left(\frac{1}{3};\ 1\right)$; i) $(-3;\ -5)$, $(-5;\ -3)$, $(3;\ 5)$, $(5;\ 3)$; j) $(2;\ -6)$, $(-6;\ 2)$, $(-2;\ 6)$, $(6;\ -2)$; k) $(-1;\ -3)$, $(-3;\ -1)$, $(1;\ 3)$, $(3;\ 1)$; l) $(-4;\ -2)$, $(4;\ 2)$; m) $(1;\ 2)$, $(2;\ 1)$; n) $(2;\ -5)$, $(5;\ -2)$; o) $(-6;\ -1)$, $(-1;\ -6)$.
5. a) $(-3;\ 5)$, $(2;\ 10)$; b) $(4;\ 0)$, $(0;\ -4)$; c) $(1;\ 3)$, $(3;\ 1)$. **6.** $(3;\ -1)$. **7.** $(4;\ 8)$.
8. a) $\left(\frac{1-\sqrt{17}}{4};\ \frac{9-\sqrt{17}}{4}\right)$, $\left(\frac{1+\sqrt{17}}{4};\ \frac{9+\sqrt{17}}{4}\right)$; b) $\left(\frac{-2-2\sqrt{10}}{3};\ \frac{11+2\sqrt{10}}{9}\right)$, $\left(\frac{-2+2\sqrt{10}}{3};\ \frac{11-2\sqrt{10}}{9}\right)$; c) $(-1;\ -1)$, $(2;\ -4)$; d) $\left(\frac{1-\sqrt{73}}{6};\ \frac{-17-\sqrt{73}}{18}\right)$, $\left(\frac{1+\sqrt{73}}{6};\ \frac{-17+\sqrt{73}}{18}\right)$; e) $\left(\frac{-1-\sqrt{5}}{2};\ 5+\sqrt{5}\right)$, $\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2};\ 5-\sqrt{5}\right)$; f) $(-4;\ -4)$, $(2;\ 2)$; g) $\left(\frac{11-\sqrt{58}}{3};\ \frac{62-4\sqrt{58}}{9}\right)$, $\left(\frac{11+\sqrt{58}}{3};\ \frac{62+4\sqrt{58}}{9}\right)$; h) $\left(\frac{-3-\sqrt{17}}{2};\ \frac{-9+\sqrt{17}}{2}\right)$, $\left(\frac{-3+\sqrt{17}}{2};\ \frac{-9-\sqrt{17}}{2}\right)$; i) $(-4{,}5;\ 4{,}5)$, $(-2;\ 2)$; j) $\left(\frac{1}{2};\ 5\frac{1}{4}\right)$, $(4;\ 7)$; k) $\left(\frac{-33-\sqrt{129}}{8};\ \frac{33+\sqrt{129}}{16}\right)$, $\left(\frac{-33+\sqrt{129}}{8};\ \frac{33-\sqrt{129}}{16}\right)$; l) $(-2\sqrt{3};\ 2\sqrt{3}-2)$, $(2\sqrt{3};\ -2\sqrt{3}-2)$
9. a) $\left(-\frac{3\sqrt{2}}{2},\ -\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$; $\left(\frac{3\sqrt{2}}{2};\ \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$; b) $(-4;\ 0)$, $(2{,}4;\ 3{,}2)$; c) $(-\sqrt{5};\ 2\sqrt{5})$, $(\sqrt{5};\ -2\sqrt{5})$; d) $\left(\frac{6-3\sqrt{2}}{2};\ \frac{4-3\sqrt{2}}{2}\right)$, $\left(\frac{6+3\sqrt{2}}{2};\ \frac{4+3\sqrt{2}}{2}\right)$; e) $(-3;\ -3)$, $(2{,}4;\ -1{,}2)$; f) $\left(\frac{-10-2\sqrt{59}}{17};\ \frac{40+8\sqrt{59}}{17}\right)$; $\left(\frac{-10+2\sqrt{59}}{17};\ \frac{40-8\sqrt{59}}{17}\right)$. **10.** a) $(-1;\ -2)$, $(1;\ 2)$; b) $(1-\sqrt{5};\ 1+\sqrt{5})$, $(1+\sqrt{5};\ 1-\sqrt{5})$; c) $\left(3-\sqrt{21};\ \frac{-3-\sqrt{21}}{2}\right)$, $\left(3+\sqrt{21};\ \frac{-3+\sqrt{21}}{2}\right)$. **11.** a) $(-3;\ 2)$, $R=5$; b) $(1;\ 4)$, $R=6$; c) $(8;\ -2{,}5)$, $R=8$; d) $(1{,}5;\ 3{,}5)$, $R=\sqrt{15}$. **12.** a) $(4;\ 2)$; b) bendrų taškų nėra; c) $(-8;\ -6)$, $\left(6\frac{26}{29};\ 7\frac{7}{29}\right)$; d) $(1;\ -2)$, $(5;\ 2)$. **14.** Taip. **15.** a) $(2;\ -2\sqrt{3})$, $(2;\ 2\sqrt{3})$; b) $\left(-\frac{\sqrt{39}}{4};\ \frac{15}{12}\right)$, $\left(\frac{\sqrt{39}}{4};\ \frac{15}{12}\right)$; c) $\left(\frac{4}{5};\ -\frac{22}{5}\right)$, $(4;\ 2)$; d) $(2;\ -1)$.
16. a) $a=5$, $b=6$; b) $a=-1$, $b=4$. **17.** 18 ir 12. **18.** 10 ir 8. **19.** 6 m × 8 m. **20.** 12 cm, 9 cm. **21.** 16 cm, 63 cm. **22.** 15 dm, 20 dm. **23.** 5 cm, 12 cm. **24.** 60 km/h, 63 km/h. **25.** 9 cm, 40 cm. **26.** 11 cm, 8 cm. **27.** 30 km/h, 60 km/h. **28.** 70 km/h. **29.** 20 km. **30.** 40 km/h, 50 km/h. **31.** Plaukė 6 h, o ėjo 2 h. **32.** Automobilio greitis 100 km/h, o katerio — 80 km/h; arba: automobilio greitis 80 km/h, o katerio — 60 km/h. **33.** Jaunesnysis brolis nuvažiavo 20 km, o vyresnysis — 60 km. **34.** 48 mergaitės ir 60 berniukų. **35.** 20. **36.** 20 eilių po 25 kėdes kiekvienoje eilėje. **37.** Per 45 h, per 36 h. **38.** Per 66 h, per 55 h. **39.** Per 10 h, per 6 h. **40.** Per 15 dienų, per 30 dienų. **41.** Per 24 dienas, per 12 dienų. **42.** Per 3 dienas, per 6 dienas. **43.** Per 12 h, per 8 h. **44.** Per 6 h. **45.** 30 g, 24 g. **46.** 36. **47.** 35. **48.** 24. **49.** 32. **50.** 63. **51.** 37 ir 48. **52.** 21 ir 12. **53.** $\frac{9}{4}$. **54.** $\frac{2}{3}$ arba $\frac{6}{19}$. **55.** $\frac{7}{5}$. **56.** $\frac{5}{4}$.

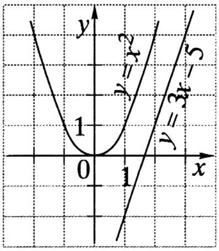
4 SKYRIUS

1.

a) Kadangi visi parabolės $y = x^2$ taškai yra virš atitinkamų tiesės $y = 2x - 4$ taškų, tai su bet kuria x reikšme $x^2 > 2x - 4$.



b) Kadangi visi parabolės $y = x^2$ taškai yra aukščiau atitinkamų tiesės $y = 3x - 5$ taškų, tai $x^2 > 3x - 5$ su visomis x reikšmėmis.

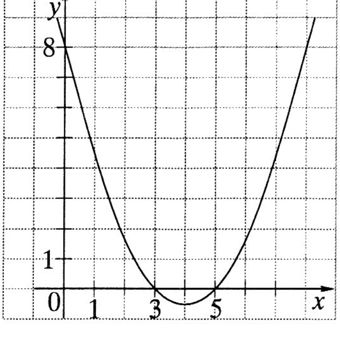


2. a) $(-\infty; 1)$, $(1; +\infty)$; b) $(-\infty; -2)$, $(1; +\infty)$; c) $(-3; 2)$; d) $(-\infty; +\infty)$; e) $(-\infty; -1)$, $(0; 1)$; f) $(-\infty; 0)$, $(1; +\infty)$. **3.** a) $(-\infty; -2]$, $[3; +\infty)$; b) $\left(-\frac{1}{2}; 4\right)$; c) $(-2; -1)$; d) $(1; 1{,}5)$; e) $(-\infty; +\infty)$; f) $[5; 6]$; g) sprendinių nėra; h) $\left[-\frac{1}{3}; 2\right]$; i) visi skaičiai, išskyrus 3; j) visi skaičiai, išskyrus 2; k) $-\frac{1}{2}$; l) $\frac{2}{3}$. **4. D.** **5.** 1) 3,25; 2) $x \leqslant -2$ ir $x \geqslant 1$. **6.** Kai $n = 4$, tai teiginys neteisingas. **7.** $-4 < a < 4$. **8. B.** **9. D.** **10.** a) $x \geqslant 3$; b) $x > 1{,}5$; c) $0 < x < 1$; d) $0 < x \leqslant 4$; e) $x \geqslant 4$; f) $x \geqslant 3{,}5$. **11.** a) $-5{,}5 \leqslant x < 0$; b) $-3 < x < 0$; c) $-4 \leqslant x < 0$; d) $-2{,}5 < x < 0$; e) $x \leqslant -4$; f) $x < -5$ ir $-1{,}5 < x < 0$.

12. a) *I būdas.* Išspręskime nelygybę $a^2 + 7 > 5a$ ir įsitikinkime, kad kiekvienas skaičius yra jos sprendinys. $a^2 - 5a + 7 > 0$ su visomis a reikšmėmis, nes diskriminantas yra neigiamas, o koeficientas prie a^2 teigiamas. Vadinasi, $a^2 + 7 > 5a$ su visomis a reikšmėmis.
II būdas. Panagrinėkime skirtumą $a^2 + 7 - 5a$. Įsitikinkime, kad jis yra teigiamas su bet kuria a reikšme. $a^2 + 7 - 5a = a^2 - 2 \cdot 2{,}5a + 6{,}25 + 0{,}75 = (a - 2{,}5)^2 + 0{,}75$; $(a - 2{,}5)^2 \geqslant 0$ ir $0{,}75 > 0$, tai $(a - 2{,}5)^2 + 0{,}75 > 0$ su visomis a reikšmėmis.

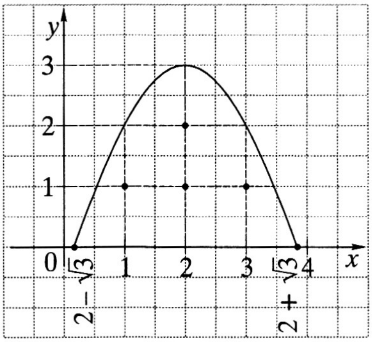
13. a) $m > 1$; b) tokių m reikšmių nėra; c) $1 < m < 3$; d) $-4 < m < 6$; e) $2 < m < 6$; f) $-5 < m < -3$. **14.** a) $a > \frac{1}{8}$; b) $-12 < a < 12$; c), d) — tokių a reikšmių nėra; e) $-4 < a < 4$; f) $-2 < a < 2$. **15.** a) $b < -9$; b) $-8 < b < 8$; c), d) — tokių b reikšmių nėra; e) $-1\frac{1}{3} < a < 1\frac{1}{3}$; f) $-4 < b < 6$. **16.** a) $b > 1$; b) $-2\sqrt{3} \leqslant b \leqslant 2\sqrt{3}$; c) $-3 < b < 5$; d), e) — tokių b reikšmių nėra; f) $-8 < b < 8$. **17.** a) $x = \frac{1}{6}$; b) $x = -1{,}5$; c), d) — tokios x reikšmės nėra; e) $x = 4{,}5$; f) tokios x reikšmės nėra.

18. 1)



2) Kadangi parabolė y ašį kerta taške $(0; 8)$, tai su jokiomis a ir b reikšmėmis visi parabolės taškai negali būti žemiau x ašies.

19. Sprendiniai yra lygūs.
20. MBK(4; 5; 6) = 60, DBD(4; 5; 6) = 1.
21. $2\sqrt{3}$.
22. Nėra.
23. $m > 1\frac{9}{16}$.
24. 1) $(-3; -12)$, $(-2; -5)$; 2) $2f\left(\frac{1}{2}\right) < 3g\left(-\frac{1}{2}\right)$; 3) $-3 < x < -2$.
25. a) $a = -10$ ir $a = 2$; b) $a < -10$ ir $a > 2$.
26. $-13 < a < 3$.
27. *Nurodymas.* Įsitikinkite, kad duotosios lygties diskriminantas yra teigiamas su visomis k reikšmėmis. a) $D = k^2 - 4(k-3) = k^2 - 4k + 12 = (k-2)^2 + 8 > 0$ su visomis k reikšmėmis. Lygtis turi du sprendinius.
28. a) $x \leqslant -2$ ir $x \geqslant 5$; b) $2 \leqslant x \leqslant 7$; c) x — bet koks skaičius; d) tokių x reikšmių nėra.
29. Nubraižykime funkcijos $f(x) = -x^2 + 4x - 1$ grafiko dalį, atitinkančią teigiamas x ir y reikšmes. Taškai, kurių koordinatės sveikieji teigiami skaičiai, yra keturi.



30. $[-5; 4]$.
31. $-4; -\frac{1}{2}$.
32. $-\frac{1}{2}$.
33. a) Taip; b) ne; c) taip.
34. a) $x \leqslant -3$; b) $x = 2$; c) $0 \leqslant x \leqslant 9$; d) $x \leqslant -3$ ir $x > 2$; e) $x < -2$ ir $x \geqslant 4$; f) $x \geqslant 1{,}5$; g) $x \leqslant 0$; h) $x \leqslant -9$; i) $x = 0$.
35. a) Ne; b) ne.
36. a) $5 < x < 9$; b) $x < 1$; c) $x > 9$; d) $1 \leqslant x \leqslant 2$; e) $x > \frac{1}{2}$; f) sprendinių nėra.
37. 20.
38. Kadangi lygtis $x^2 - (m-2)x + 5 - m = 0$ turi du skirtingus sprendinius, tai jos diskriminantas yra teigiamas, t. y. $(-(m-2))^2 - 4(5-m) > 0$. Kadangi sprendiniai yra teigiami, tai jų ir suma, ir sandauga yra teigiama, t. y. $m - 2 > 0$ ir $5 - m > 0$. Taigi turėsime išspręsti nelygybių sistemą $\begin{cases} m^2 - 16 > 0, \\ m - 2 > 0, \\ 5 - m > 0. \end{cases}$ Iš čia $4 < m < 5$.
39. $k < -2$ ir $2 < k < 2{,}5$.
40. a) $x = \frac{1}{2}$ ir $x \geqslant 3$; b) $x \leqslant 2$ ir $x = 6$; c) $x < 2$ ir $2 < x < 5$; d) $-1 < x < 2{,}5$ ir $x > 2{,}5$; e) $x \neq 1{,}5$; f) $x \leqslant -2$ ir $2 \leqslant x \leqslant 3{,}5$; g) $x = 0{,}5$; h) $-1{,}5 \leqslant x \leqslant 2{,}5$; i) $x = -0{,}5$; j) $x \leqslant -4$ ir $x = 1{,}5$.
41. Kai $a < \sqrt{3}$. *Nurodymas.* Pažymėkime $x^2 = t$. Duotoji lygtis neturės sprendinių tuomet, kai lygties $t^2 - 2at + 3 = 0$ diskriminantas ($D = 4a^2 - 12$) bus neigiamas ir tuomet, kai jos sprendiniai bus neigiami skaičiai.
42. a) $(-\infty; -8)$, $(0; 8)$; b) $(-7; 0)$, $(7; +\infty)$; c) $(-\infty; -1{,}5]$, $[0; 1{,}5]$; d) $[-0{,}8; 0]$, $[0{,}8; +\infty)$.
43. **A**.

44. a) $(-2; -1]$, $[1; +\infty)$; b) $(-\infty; -1)$, 0, $[2; 3]$; c) $(-2; -1]$, 0, $[1; +\infty)$; d) $(-\infty; +\infty)$; e) $\left[\frac{4}{3}; 2\right)$, $(2; +\infty)$; f) $(0; 2)$; g) $(-\infty; -1]$, $(1; +\infty)$; h) $\left[-1; -\frac{1}{5}\right)$; i) $(-\infty; -3)$, $\left(-3; \frac{1}{2}\right)$, $(2; +\infty)$; j) $(-\infty; -4)$, $[-3; 2)$; k) $[-2; 1)$, $(1{,}5; +\infty)$; l) $\left(-2; -\frac{1}{2}\right)$, $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$.

45. a) 6; b) 3.

46. a) $x \geqslant \frac{1}{2}$; b) $-\frac{1}{3} < y < 0$ ir $0 < y < 1$.

47. $x = 1$ ir $2 \leqslant x \leqslant 3$.

48. $(-\infty; -3)$, -1, $(1; +\infty)$.

49. a) $\left(0; \frac{1}{2}\right)$; b) $(-\infty; 0)$, $[2; +\infty)$; c) $[-8; 0)$; d) $(-3; +\infty)$; e) $(-5; 1)$; f) $(-\infty; 2)$, $\left[2\frac{1}{3}; +\infty\right)$; g) $(-\infty; 2)$, $(5; +\infty)$; h) $\left(0; \frac{1}{3}\right]$, $(1; +\infty)$; i) $\left(-\infty; -\frac{3}{7}\right)$.

50. Kai $0 < x < 1$ arba $x < -1$, tai teiginys neteisingas.

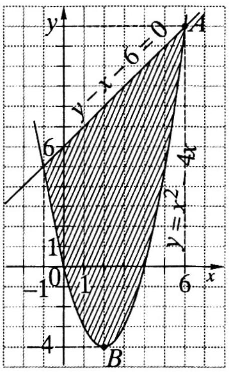
51. a) Ne; b) ne; c) taip; d) taip; e) ne; f) ne.

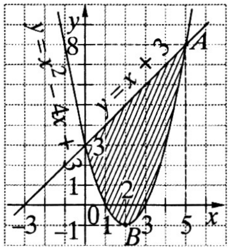
52. a) $0 < x < 10$; b) $x < -2$, $x > 4$; c) $x < -0{,}5$, $x > 1$; d) $-8 < x < 6$; e) $x \leqslant -2$, $x \geqslant 1$; f) $x < -6$, $x > 4$.

53. a) $(-\infty; -4)$, $(-2; +\infty)$; b) $[-1; 5]$; c) $(-\infty; 0]$, $[8; +\infty)$; d) $(-\infty; -1)$, $(7; +\infty)$; e) sprendinių nėra; f) $(-\infty; -4]$, $[5; +\infty)$.

54. a) $-4 < x < 1$; b) $x < -2$, $x > 3$.

55. a) $A(6; 12)$, $B(2; -4)$; b) $A(5; 8)$, $B(2; -1)$; c) $(-1; 8)$, $(-4; -10)$.





56. 4, 5, 6, 7 arba 8.

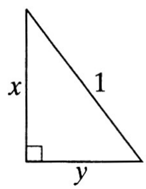
57. 2) $4 \leqslant x \leqslant 4\sqrt{3}$.

58. 1) Stačiojo trikampio statinius pažymėkime x ir y. Remdamiesi Pitagoro teorema, sudarome lygčių sistemą:

$$\begin{cases} x + y = p - 1, \\ x^2 + y^2 = 1; \end{cases} \quad (x+y)^2 = (p-1)^2;\ x^2 + 2xy + y^2 = (p-1)^2;$$

$2xy = (p-1)^2 - 1$, nes $x^2 + y^2 = 1$.

Tuomet $S = \frac{1}{2}xy = \frac{1}{4}((p-1)^2 - 1)$; 2) $p > 2$.



59. 2) $3 \leqslant r \leqslant 6$.

60. 2) $3 \leqslant a \leqslant 6$.

61. 2) $0 < x \leqslant 5$.

62. Reikiamas cinko kiekis — daugiau kaip 24 kg, bet mažiau kaip 64 kg.

5 SKYRIUS

1. a) 66; b) 495. **2.** a) 105; b) 455; c) 1365; d) 3003. **3.** 336. **4.** 5040. **5.** 120. **6.** a) 120; b) 720; c) 30 240. **7.** 72; 64. **8.** a) 72; b) 72; c) 56; d) 45; e) 45; f) 25. **9.** a) 648; b) 648; c) 448. **10.** a) 900; b) 900; c) 900; d) 1800; e) 4500; f) 4500; g) 2000. **11.** a) 19; b) 199. **12.** 28 896. **13.** a) 21; b) 35; c) 35; d) 99; e) 98. **14.** 840. **15.** 9. **16.** 432. **17.** a) 45; b) 210; c) 210. **18.** 480. **19.** a) 70; b) 35; c) 15. **20.** a) 190; b) 120; c) 22 800. **21.** a) 27 405; b) 10 098; c) 3654; d) 378. **22.** a) 84; b) 504. **23.** a) 792; b) 300. **24.** a) 1140; b) 6840. **25.** a) $\frac{3}{5}$; b) $\frac{2}{5}$. **26.** a) $\mathbf{P}(A) = \frac{1}{11}$; b) $\mathbf{P}(B) = \frac{14}{33}$; c) $\mathbf{P}(C) = \frac{16}{33}$. **27.** a) $\mathbf{P}(A) = \frac{1}{30}$; b) $\mathbf{P}(B) = \frac{1}{6}$; c) $\mathbf{P}(C) = \frac{3}{10}$; d) $\mathbf{P}(D) = \frac{1}{2}$. **28.** a) $\mathbf{P}(A) = \frac{2}{91}$; b) $\mathbf{P}(B) = \frac{24}{91}$; c) $\mathbf{P}(C) = \frac{45}{91}$; d) $\mathbf{P}(D) = \frac{20}{91}$. **29.** a) $\mathbf{P}(A) = \frac{1}{330}$; b) $\mathbf{P}(B) = \frac{7}{66}$; c) $\mathbf{P}(C) = \frac{21}{55}$; d) $\mathbf{P}(D) = \frac{14}{33}$. **30.** a) $\frac{2}{429}$; b) 0; c) $\frac{20}{429}$; d) $\frac{30}{143}$. **31.** a) 5040; b) 720; c) 120; d) 2160; e) $\frac{1}{5040}$; f) $\frac{1}{7}$; g) $\frac{3}{7}$. **32.** a) $\frac{1}{9}$; b) $\frac{1}{90}$; c) $\frac{1}{2}$; d) $\frac{1}{5}$; e) $\frac{2}{9}$; f) $\frac{5}{18}$; g) $\frac{2}{9}$. **33.** 362 880; b) $a(n+1)$. **34.** 5040; b) $\frac{b}{n}$. **35.** a) 720; b) $\frac{1}{11880}$; c) 15; d) $\frac{1}{5040}$; e) 4,75; f) 2,4; g) 7,2; h) $6\frac{6}{23}$. **36.** $50! \approx 3{,}04 \cdot 10^{64}$.
37. $C_{400}^{10} \approx 2{,}58 \cdot 10^{19}$. **38.** 78 960 960. **39.** C_{150}^{20}.

40. a) $\frac{C_{10}^4}{C_{200}^4} = \frac{210}{64\,684\,950} \approx 0{,}000003247$; b) $\frac{C_{190}^4}{C_{200}^4} = \frac{52\,602\,165}{64\,684\,950} \approx 0{,}813205622$;

c) $\frac{C_{190}^2 \cdot C_{10}^2}{C_{200}^4} = \frac{807\,975}{64\,684\,950} \approx 0{,}012490927$; d) $\frac{C_{190}^3 \cdot 10}{C_{200}^4} = \frac{11\,251\,800}{64\,684\,950} \approx 0{,}173947727$;

e) $\frac{C_{10}^3 \cdot 190}{C_{200}^4} = \frac{22\,800}{64\,684\,950} \approx 0{,}000352478$; f) $\frac{C_{10}^3 \cdot 190 + C_{10}^4}{C_{200}^4} = \frac{23\,010}{64\,684\,950} \approx 0{,}000355724$;

g) $\frac{190 \cdot C_{10}^3 + C_{190}^2 \cdot C_{10}^2 + C_{190}^3 \cdot 10 + C_{190}^4}{C_{200}^4} = \frac{64\,684\,740}{64\,684\,950} \approx 0{,}999996754\ (1-\frac{C_{10}^4}{C_{200}^4} = \frac{64\,684\,740}{46\,684\,950})$;

h) $\frac{C_{190}^4 + 10 \cdot C_{190}^3 + C_{10}^2 \cdot C_{190}^2}{C_{200}^4} = \frac{64\,661\,940}{64\,684\,950} \approx 0{,}999644276$.

41. a) Taip; $\mathbf{E}X = \frac{23}{30}$; b) ne; c) taip; $\mathbf{E}X = 3\frac{8}{15}$; d) taip; $\mathbf{E}X = 0{,}2$.

42. a)

X	1	4	9	16	25	36
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

$\mathbf{E}X = 15\frac{1}{6}$; b)

X	0	1	2
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

$\mathbf{E}X = 1$.

43.

X	0	10	20	30	50	60	70	80
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

$\mathbf{E}X = 40$.

44. a) 2,8 Lt; b) 3,4 Lt.
45. a) 3,25 Lt; b) 2 Lt. Pelningesnis b) atveju.

46.

X	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{12}$

$\mathbf{E}X = 7$.

47. Taip. **48.** 0,25 Lt. **49.** a) 1; b) $\frac{2}{3}$. **50.** 1,8. **51.** 2. **52.** 2,5.

6 SKYRIUS

1. a), b), c) — santykiai yra lygūs.

2. a) $\sin\alpha = \frac{1}{2}$, $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$;
b) $\sin\alpha = \frac{a}{c}$, $\cos\alpha = \frac{b}{c}$, $\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}$, $\sin\beta = \frac{b}{c}$, $\cos\beta = \frac{a}{c}$, $\operatorname{tg}\beta = \frac{b}{a}$.

3. a) $\sin A = \frac{3}{5}$, $\cos A = \frac{4}{5}$, $\operatorname{tg} A = \frac{3}{4}$;
b) $\sin A = \frac{8}{17}$, $\cos A = \frac{15}{17}$, $\operatorname{tg} A = \frac{8}{15}$;
c) $\sin A = \frac{\sqrt{39}}{8}$, $\cos A = \frac{5}{8}$, $\operatorname{tg} A = \frac{\sqrt{39}}{5}$.

4.

	a	b	c	$\sin B$	$\cos B$	$\operatorname{tg} B$
a)	$10\sqrt{3}$	10	20	1/2	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}/3$
b)	8	6	10	3/5	4/5	3/4
c)	16	12	20	3/5	4/5	3/4
*d)	15	36	39	12/13	5/13	12/5
e)	30	16	34	8/17	15/17	8/15
f)	36	15	39	5/13	12/13	5/12

5. a) $\sin 53° \approx 0{,}799$, $\cos 53° \approx 0{,}602$, $\operatorname{tg} 53° \approx 1{,}327$;
b) $\sin 25°20' \approx 0{,}428$, $\cos 25°20' \approx 0{,}904$, $\operatorname{tg} 25°20' \approx 0{,}473$.

6. a) $x = 10\sin 18° \approx 3{,}1$, $y = 10\cos 18° \approx 9{,}5$;
b) $x = \frac{5}{\sin 25°} \approx 11{,}8$, $y = \frac{5}{\operatorname{tg} 25°} \approx 10{,}7$;
c) $x = \frac{12}{\operatorname{tg} 42°} \approx 13{,}3$, $y = \frac{12}{\sin 42°} \approx 17{,}9$;
d) $x = \frac{10}{\cos 54°} \approx 17$, $y = 10\operatorname{tg} 54° \approx 13{,}8$.

7. a) $\angle A \approx 22°$, $\angle B \approx 68°$; b) $\angle K \approx 42°$, $\angle L \approx 48°$;
c) $\angle E \approx 44°$, $\angle F \approx 46°$; d) $\angle R \approx 13°$, $\angle P \approx 77°$.

8. a) $\cos\alpha = \frac{12}{13}$, $\operatorname{tg}\alpha = \frac{5}{12}$; b) $\sin\alpha = \frac{5}{13}$, $\operatorname{tg}\alpha = \frac{5}{12}$; c) $\sin\alpha = \frac{12}{13}$, $\cos\alpha = \frac{5}{13}$.

9. $P = 2(6 + 6\operatorname{tg} 37°) \approx 21{,}0\,\text{cm}$; $S = 6 \cdot 6\operatorname{tg} 37° \approx 27{,}1\,\text{cm}^2$.

10. a) $AC = 2\sqrt{15}$, $BC = 2$, $\sin B = \frac{\sqrt{15}}{4}$, $\operatorname{tg} B = \sqrt{15}$;
b) $AC = 8\sqrt{2}$, $BC = 4$, $\cos A = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\operatorname{tg} A = \frac{\sqrt{2}}{4}$;
c) $AC = 2$, $BC = 6$, $\sin A = \frac{3\sqrt{10}}{10}$, $\cos A = \frac{\sqrt{10}}{10}$;
d) $AC = 4$, $BC = 8$, $\sin A = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\cos A = \frac{\sqrt{5}}{5}$;
e) $AB = 10$, $BC = 6$, $\sin B = \frac{4}{5}$, $\operatorname{tg} B = \frac{4}{3}$.

11. Ne; b) taip; c) taip. **12.** a) Taip; b) taip; c) ne.

13. a) $\sqrt{3} + 1$; b) $1 + \frac{2\sqrt{3}}{3}$; c) 3,5; d) 5; e) $\frac{6+\sqrt{3}}{4}$; f) 2; g) 3,5; h) 2.

14. a) $\sin\alpha > \sin^2\alpha$; b) $\cos\alpha < \frac{1}{\cos\alpha}$; c) $\sin 15° < \sin 25°$;
d) $\cos 20° > \cos 80°$; e) $\sin 40° < \cos 40°$; f) $\sin 70° > \cos 70°$;
g) $\sin 42° < \sin\frac{\pi}{4}$; h) $\sin\frac{\pi}{5} < \cos\frac{\pi}{5}$; i) $\sin\frac{5\pi}{12} > \cos\frac{5\pi}{12}$.

15. a) 2; b) 1; c) -1; d) 1; e) 1; f) $\frac{2}{\cos^2\alpha}$; g) $\frac{2}{\sin^2\alpha}$; h) 1;
i) 2 (*Nurodymas*. Remkitės dviejų skaičių kubų sumos formule.); j) -1.

16. a) $\frac{m^2-1}{2}$; b) $\frac{m(3-m^2)}{2}$; c) $\frac{1-m^4+2m^2}{2}$. **17.** $\sin\alpha < \cos\alpha$.

18.

	$\angle A$	AB	AC	AD	BD	CD	BC
a)	40°	9	6,9	5,3	3,7	4,4	5,8
b)	35°	8,5	7	5,7	2,8	4	4,9
c)	42°	9	6,7	5	4	4,5	6
d)	60°	9,2	4,6	2,3	6,9	4	8
e)	52°	26,3	16,2	10	16,3	12,8	20,7
f)	46°	13,5	9,4	6,5	7	6,8	9,7
g)	35°	17	13,9	11,4	5,6	8	9,8

19. ≈ 62 m.
20. a.
22. a) $\approx 52°$; b) ≈ 11.
23. a) $DC \approx 0{,}87$ km, $AD \approx 6{,}64$ km, $\angle DAC \approx 7°$; b) $DC \approx 1{,}12$ km, $AD \approx 6{,}6$ km, $\angle DAC \approx 10°$; c) $DC \approx 1{,}94$ km; $AD \approx 6{,}17$ km; $\angle DAC \approx 17°$.
24. $\approx 6{,}35$ m; $\approx 3{,}91$ m.
25. 13 cm.
26. ≈ 25 m.
27. $AB \approx 2{,}33$ m, $CD \approx 4{,}66$ m, $EF \approx 6{,}99$ m, $GH \approx 9{,}32$ m, $LM \approx 11{,}65$ m.
28. $\approx 5{,}91$ cm.
30. $\frac{2r^2}{\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}}$.
31. a) $\angle CED = 75°$, $\angle CEB = 150°$; b) $GE = \frac{a}{2}\operatorname{tg}15° \approx 0{,}13a$, $EF = \frac{a\sqrt{3}}{2} \approx 0{,}87a$; c) $\approx 3{,}732$.
32. $\approx 3{,}3$ m.
33. ≈ 994 m.
34. 1) $\approx 1233{,}3$ m; 2) $\approx 963{,}7$ m.
35. a) $AD \approx 4{,}5$ cm, $BD \approx 5{,}4$ cm, $BC \approx 8{,}3$ cm, $DC \approx 6{,}4$ cm; b) $\angle M \approx 37°$, $\angle P \approx 31°$, $\angle MNP \approx 112°$.
36. a) $\approx 9{,}5$; b) 1) $\approx 7{,}86$; 2) $\approx 5{,}25$. *Nurodymas.* b) 1) Remdamiesi lygybe $NM\operatorname{tg}50° = LM\operatorname{tg}32°$, raskite NM; 2) po to raskite KM.
37. $x = \frac{5\sin 35°\cos 46°}{\cos 79°} \approx 10{,}4$, $y = \frac{5\sin 35°\sin 46°}{\cos 79°} \approx 10{,}8$.
38. $\frac{1}{2}$.
39. ≈ 746 m.
40. $\approx 51°$.
41. a) $\approx 9°30'$; b) $\approx 34°$.
42. $\approx 44°$.
43. $a\cos\alpha\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$.
44. $\frac{8r}{\sin\alpha}$; $\frac{4r^2}{\sin\alpha}$; $\alpha = 39°30'$.
45. $\frac{2r}{\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}$; $\frac{r}{\cos\alpha\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}$; $\frac{r}{\cos\alpha\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}$.
46. $\frac{\pi a^2}{4\sin^2\frac{\alpha}{2}}$.

7 SKYRIUS

1. a) $\cos\alpha = -\frac{3}{5}$, $\operatorname{tg}\alpha = -\frac{4}{3}$, $\operatorname{ctg}\alpha = -\frac{3}{4}$; b) $\sin\alpha = \frac{3}{5}$, $\operatorname{tg}\alpha = -\frac{3}{4}$, $\operatorname{ctg}\alpha = -\frac{4}{3}$; c) $\sin\alpha = \frac{5}{13}$, $\cos\alpha = -\frac{12}{13}$, $\operatorname{ctg}\alpha = -\frac{12}{5}$.

2. a) Ne; b) taip. **3.** a) Taip; b) ne; c) ne. **5.** a) $\sqrt{2}-1$; b) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; c) 2; d) -3.
6. a) 1; b) -1; c) $\cos^2 40°$; d) 0; e) 2; f) 2; g) 2; h) 2.
8. a) $P \approx 20{,}4$ cm; $S \approx 16{,}5\,\text{cm}^2$; b) $P \approx 14{,}1$ cm; $S \approx 9{,}5\,\text{cm}^2$.
9. a) $\approx 67°$; b) $\approx 80°$. **10.** $\approx 88°$. **11.** a) 50 cm; b) 11 m ir 7 m.
12. a) 12 dm ir 14 dm; b) 72 cm.
13. 2) $\sin 15° = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$, $\cos 15° = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$; 3) $\frac{1}{2}$.
14. a) 1) $\angle B = 75°$, $\angle C = 45°$; 2) $AC = 2\sin 75° \approx 1{,}9$;
b) 1) $\angle M = 105°$, $\angle N = 45°$; 2) $PN = 6\sin 105° \approx 5{,}8$.
15. a) 1; b) $\sqrt{7}$; c) $BC = \frac{8\sin 75°}{\sin 60°} \approx 8{,}9$, $AB = \frac{8\sqrt{6}}{3}$;
d) $PS = \sqrt{3}$, $PR = 2\sin 15° \approx 0{,}5$; e) $60°$; f) $90°$.
16. a) 1; b) $3\sqrt{10}$; c) 12.
17. a) $\angle A \approx 34°$, $\angle B \approx 62°$, $\angle C \approx 84°$; b) $\angle A \approx 127°$, $\angle B \approx 32°$, $\angle C \approx 21°$; c) $\angle A \approx 67°$, $\angle B = 90°$, $\angle C \approx 23°$.
18. a) $b = \frac{2\sin 20°}{\sin 40°} \approx 1{,}1$, $c = \frac{2\sin 60°}{\sin 40°} \approx 2{,}7$; b) $a = \frac{5\sin 80°}{\sin 70°} \approx 5{,}2$, $c = \frac{5\sin 10°}{\sin 70°} \approx 0{,}9$; c) $a = b = \frac{2\sin 40°}{\sin 100°} \approx 1{,}3$; d) $a = \frac{650{,}8\sin 46°04'}{\sin 115°04'} \approx 516{,}6$, $c = \frac{650{,}8\sin 18°52'}{\sin 115°04'} \approx 232$; e) $b = \frac{48{,}8\sin 106°}{\sin 48°40'} \approx 62{,}4$, $c = \frac{48{,}8\sin 25°20'}{\sin 48°40'} \approx 27{,}8$.
19. a) $\sin B = \frac{2\sin 40°}{3}$, $\angle B \approx 25°$, $\angle C \approx 115°$, $c = \frac{3\sin 115°}{\sin 40°} \approx 4{,}2$; b) $\sin B = \frac{8\sin 35°}{6}$, $\angle B_1 \approx 50°$, $\angle C_1 \approx 95°$, $c_1 = \frac{6\sin 95°}{\sin 35°} \approx 10{,}4$; $\angle B_2 \approx 130°$, $\angle C_2 \approx 15°$, $c_2 = \frac{6\sin 15°}{\sin 35°} \approx 2{,}7$; c) tokio trikampio nėra; d) $\sin B = \frac{13\sin 36°}{11}$, $\angle B_1 \approx 44°$, $\angle C_1 \approx 100°$, $c_1 = \frac{11\sin 100°}{\sin 36°} \approx 18{,}4$; $\angle B_2 \approx 136°$, $\angle C_2 \approx 8°$, $c_2 = \frac{11\sin 8°}{\sin 36°} \approx 2{,}6$; e) $a \approx 5{,}58$, $\angle B \approx 46°01'$, $\angle C \approx 68°39'$; f) $b \approx 24{,}8$, $\angle A \approx 125°10'$, $\angle C \approx 31°20'$.
20. ≈ 135 m. **21.** ≈ 840 m. **22.** Maždaug 36 s. **23.** a) $\approx 21°$; b) ≈ 167 km.
24. a) $\angle M \approx 72°$, $\angle N = 90°$, $\angle P \approx 18°$; b) $\angle M = 120°$, $\angle N = \angle P = 30°$; c) $\angle M \approx 75°$, $\angle N \approx 58°$, $\angle P \approx 47°$; d) $\angle M \approx 100°$, $\angle N \approx 58°$, $\angle P \approx 22°$.
25. ≈ 108 m. **26.** ≈ 95 m. **27.** a) Iš B; b) maždaug per 29 min.
29. $\frac{a}{2\cos 2\alpha \sin\alpha}$. **30.** $\frac{d}{\operatorname{tg}\alpha}$, $\frac{d}{\sin\alpha}$, $d\sin\alpha$, $d\cos\alpha$. **31.** 0,9 km, 2,4 km.
32. a) $\cos B = \frac{11}{14}$, $\cos C = \frac{1}{2}$; b) $\sin C = \frac{4}{5}$, $\cos C = \frac{3}{5}$, $\operatorname{tg} C = \frac{4}{3}$, $\operatorname{ctg} C = \frac{3}{4}$.
33. $2R^2 \sin\alpha \cos^2\frac{\alpha}{2}$. **34.** $\approx 83°$.
35. $\approx 35°26'$, $\approx 48°11'$, $\approx 96°23'$. **36.** $\cos\alpha = \frac{9\sqrt{2}}{20}$, $\alpha \approx 50°$.
38. a) $\approx 3{,}86$; b) $\approx 2{,}82$; c) $\approx 19{,}90$; d) $\approx 19{,}81$; e) $\approx 0{,}92$; f) $\approx 5{,}44$.
39. a) $20\sin 50° \approx 15{,}3\,\text{cm}^2$; b) $32\sin 55° \approx 26{,}2\,\text{cm}^2$; c) $24\sin 72° \approx 22{,}8\,\text{cm}^2$.
40. a) $25\sin 100° \approx 24{,}6\,\text{cm}^2$; b) $72\operatorname{tg} 27° \approx 36{,}7\,\text{cm}^2$. **41.** $\frac{ab}{2h}$.
42. $S \approx 12{,}7\,\text{cm}^2$; $P \approx 16{,}1$ cm. **43.** $60°$.
44. a) 12 cm; b) $8\sqrt{2}$ cm; c) 4 cm; d) $4\sqrt{3}$ cm; e) 12,5 cm. **45.** 8 cm ir 15 cm.
46. 7 cm ir 8 cm. **47.** 24 cm, 40 cm, 15 cm.
48. a) 14 cm; b) 13 cm. **49.** ≈ 42 cm, ≈ 49 cm.
50. $\angle A = 60°$, $R = \frac{\sqrt{39}}{3}$. **51.** 20 cm, 28,8 cm. **52.** 156 cm. **53.** $1224\,\text{cm}^2$.

54. $270\,\text{cm}^2$. **55.** $\dfrac{d\sin\frac{\beta}{2}}{\sin\frac{\alpha+\beta}{2}}$, $\dfrac{d\sin\frac{\alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha+\beta}{2}}$. **56.** 30 cm.

57. 70 mm. **58.** a) 1,5; $8\frac{1}{8}$; b) $\frac{31}{4}$; $69\frac{1}{16}$.

59. $\approx 2{,}57\,\text{cm}^2$. **60.** a) $\approx 1{,}9$; b) $\approx 1{,}8$.

61. a) 5 cm; b) $\approx 3{,}81\,\text{cm}^2$; c) $\approx 5{,}88$ cm.

62. 1) a) $P_{\text{ap.}} \approx 331{,}2$ cm; $P_{\text{įb.}} \approx 306{,}4$ cm; $S_{\text{ap.}} \approx 8280\,\text{cm}^2$; $S_{\text{įb.}} \approx 7071\,\text{cm}^2$;
b) $P_{\text{ap.}} \approx 321{,}6$ cm; $P_{\text{įb.}} \approx 310{,}8$ cm; $S_{\text{ap.}} \approx 8040\,\text{cm}^2$; $S_{\text{įb.}} = 7500\,\text{cm}^2$;
2) $C \approx 314$ cm; $S_{\text{skr.}} \approx 7850\,\text{cm}^2$.

63. a) $\frac{a}{\cos 22{,}5^\circ} \approx 1{,}1a$; b) $S_{\text{įbr.}} = \frac{2a^2}{\operatorname{tg} 22{,}5^\circ} \approx 4{,}83a^2$; $S_{\text{ap.}} = \frac{4a^2}{\sin 45^\circ} \approx 5{,}6a^2$.

64. a) $OA \approx 52{,}3$ mm; $OB \approx 67{,}3$ mm; b) $OA \approx 40{,}4$ mm; $OB \approx 55{,}4$ mm;
c) $OA \approx 43{,}1$ mm; $OB \approx 59{,}1$ mm.

65. ≈ 154 mm. **66.** $\frac{a}{2\sin\alpha}$. **67.** $\frac{\pi a^2}{4\sin^2\frac{\alpha}{2}}$. **68.** $\frac{\pi R^2\sin^2\alpha}{(1+\sin\alpha)^2}$.

69. $\cos^2\frac{180^\circ}{n}$. **70.** $\frac{a}{2}\operatorname{tg}\frac{90^\circ}{n}$. **71.** $h^2\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2}$.

72. $\frac{a}{4\cos\alpha}\sqrt{8\cos^2\alpha+1}$. **73.** $\frac{3\sqrt{7}}{4}$ cm. **74.** $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ cm.

75. 13 cm ir 15 cm. **76.** $\dfrac{(p-b)^2\operatorname{tg}\frac{\beta}{2}}{2}$. **77.** $\frac{24}{25}$.

78. $V = 800\sqrt{1649}\operatorname{tg} 62^\circ \approx 61\,107\,\text{cm}^3$.

79. a) $\approx 33{,}8$ g; b) $\approx 45{,}9$ g; c) $\approx 54{,}9$ g. **80.** $\approx 622\,\text{m}^3$.

81. a) 7 kg 839 g; b) $\alpha \approx 63^\circ$. **82.** $V \approx 77\,872\,\text{cm}^3$.

83. $V = 0{,}5h^3\operatorname{ctg}\alpha\operatorname{ctg}\beta$; $\approx 2{,}25\,\text{dm}^3$. **84.** $\frac{b^3}{24}\operatorname{ctg}\beta$.

85. $d^3\sin\alpha\sin\beta\sqrt{\cos^2\alpha-\sin^2\beta}$.

86. $\frac{h^3\sin\alpha}{\sin^2\beta}\sqrt{\cos^2\beta-\sin^2\alpha}$.

87. $\frac{1}{2}a^3\frac{\sin^2\alpha\cdot\sin\beta\cdot\operatorname{tg}\varphi}{\sin^2(\alpha+\beta)}$.

88. $\frac{1}{8}d^3\sin 2\alpha\sin\beta\sin 2\beta$.

89. $\frac{l^3}{2}\cos^2\beta\sin\beta\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$. **90.** $4d^2\sin\alpha\sqrt{\cos 2\alpha}$.

91. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}b^3\sin\alpha\cos^2\alpha$, $S_{\text{šon}} = \frac{3\sqrt{3}}{4}b^2\cos\alpha\sqrt{1+3\sin^2\alpha}$.

92. $\frac{1}{24}c^3\sin 2\alpha\operatorname{tg}\beta$. **93.** $\frac{a^2}{4}\sqrt{4\operatorname{tg}^2\beta+3}$.

94. $\frac{3}{4}a^2\operatorname{ctg}\alpha$. **95.** $\frac{2}{3}h^3\sin\alpha\operatorname{tg}^2\beta$.

96. $\frac{na^3}{24}\operatorname{ctg}\frac{\pi}{n}\sqrt{\operatorname{ctg}^2\frac{\alpha}{2}-\operatorname{ctg}^2\frac{\pi}{n}}$.

97. $\frac{2\sqrt{3}b^2}{3\sin\alpha\sin 2\alpha}$. **98.** $\frac{1}{3}\pi r^3\operatorname{ctg}^3\frac{\alpha}{2}\cdot\operatorname{tg}\alpha$.

99. $\frac{4}{3}\pi l^3\cos^3\alpha\operatorname{tg}^3\frac{\alpha}{2}$. **100.** $\frac{1}{12}\pi l^3\sin^3 2\alpha$.

101. $\frac{27}{16\sin^2\alpha}$. **102.** $2h^2\operatorname{tg} 2\alpha$; $\approx 164\,\text{dm}^2$.

103. $r = \sqrt{\frac{S\cos\alpha}{\pi}}$; $h = \operatorname{tg}\alpha\sqrt{\frac{S\cos\alpha}{\pi}}$; $r \approx 5{,}2$; $h \approx 8{,}6$.

8 SKYRIUS

1. a) Taip; b) nebūtinai. **6.** $80\,\text{cm}^2$.
11. 2) a) $\frac{a^2\sqrt{7}}{4}$; b) $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$; c) $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.
12. 8 cm. **13.** $\frac{d}{\sin\frac{\alpha}{2}}$.
14. 15 cm. **15.** $4\sqrt{3}$ dm.
16. 10 cm. **17.** $\cos\alpha = \frac{1}{3}$, $\alpha \approx 70°32'$.
18. 60°. **19.** a) 24 cm; b) 85 cm.
20. $S_{\text{šon}} = \frac{4H^2\cos\alpha}{\sin^2\alpha}$; $V = \frac{4H^3}{3\,\text{tg}^2\,\alpha}$.
21. $\frac{3a\sqrt{2}}{4}$. **22.** $\frac{3a}{2}$.
23. $518{,}4\,\text{dm}^3$. **24.** $1064\,\text{cm}^2$.
25. $240\,\text{dm}^2$. **26.** 1) 4 dm; 2) $\frac{3}{5}$.
27. $19{,}5\,\text{m}^3$. **28.** 60°.
29. $\frac{a^3}{6}$. **30.** $2480\,\text{cm}^3$.
31. $10\sqrt{3}\,\text{cm}^2$. **32.** $\approx 71°$.
33. $\sqrt{2}$. **34.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\sin\alpha$.
35. $240\,\text{dm}^2$. **36.** $396\,\text{dm}^2$.
37. $62\,\text{cm}^3$. **38.** $2688\,\text{cm}^3$, $1440\,\text{cm}^2$.
39. 2 cm, 10 cm. **40.** 56 cm, 24 cm.
41. $3\sqrt{7}$ cm. **42.** $240\,\text{dm}^2$.
43. a) $256\pi\,\text{cm}^2$; b) $24\pi\,\text{cm}^2$; c) $24\pi\,\text{cm}^2$.
44. $\frac{\pi h^3}{24}$. **45.** 120°.
46. $\frac{\pi R^2\sqrt[3]{4}}{4}$. **47.** $\frac{3V}{\pi R}$.
48. a) $\frac{\pi R^2}{9}$, $\frac{4\pi R^2}{9}$; b) $\frac{\pi R^2}{16}$, $\frac{\pi R^2}{4}$, $\frac{9\pi R^2}{16}$.
49. $\approx 3{,}3\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. **50.** a) $84\pi\,\text{cm}^3$; b) $228\pi\,\text{cm}^3$.
51. $\frac{5}{2}\sqrt{3}$ cm; 60°. **52.** $160\pi\,\text{cm}^2$.
53. $\frac{7000\pi}{3}\,\text{cm}^3$. **54.** $200\pi\,\text{cm}^2$.
55. $\frac{60}{13\pi}$ dm. **56.** πl^2.
57. $2\pi(R^2 - r^2)$. **58.** $\frac{11\pi a^2}{4}$. **59.** 60°.
60. $1140\,\text{cm}^2$. **61.** 12 cm ir 20 cm.
62. $\approx 15\,700\,\text{mm}^3$. **63.** $\approx 13\,987{,}66\,\text{mm}^2$.
64. $\approx 4\,554\,364{,}5\,\text{mm}^3$; $\approx 124\,344\,\text{mm}^2$.
65. $\frac{1}{2}a^3\,\text{tg}\,\alpha$; $a^3\left(1 - \frac{1}{2}\,\text{tg}\,\alpha\right)$. **66.** $\frac{a^2}{2\cos\alpha}$.
67. $\frac{a^2}{\cos\alpha}$. **68.** $\frac{ab}{\cos\alpha}$.
69. $\frac{a^2}{\sin\alpha}$. **70.** $\frac{a^3}{24}$. **71.** $3\sqrt{3}a^2\,\text{tg}\,\alpha$.
72. $\text{tg}\,\beta = \sqrt{2}\,\text{tg}\,\alpha$; $\beta \approx 55°$. **73.** $\cos\beta = \text{tg}\,\frac{\alpha}{2}$; $\beta \approx 55°$.
74. $\text{tg}\,\beta = \frac{1}{2}\,\text{tg}\,\alpha$; $\beta \approx 41°$. **75.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{4\cos\alpha}$. **76.** $\frac{a^2\,\text{tg}\,\alpha}{4}$.
77. $\frac{1}{2}b^2\cos\alpha$. **78.** $\approx 102{,}57\,\text{m}^3$; $\approx 129{,}73\,\text{m}^2$; $\approx 19{,}5$ kg.

Viršelyje — Suvalkijos lyguma (R. Paknio nuotrauka).

MATEMATIKA 10. UŽDAVINYNAS
(pakartotinas leidimas)

2002 06 20. 6,5 sp. l. Tiražas 5000 egz. Užs. Nr. 664
Leidykla TEV, Akademijos g. 4, LT-2600 Vilnius
Spausdino AB „Vilspa“ spaustuvė,
Viršuliškių skg. 80, LT-2056 Vilnius